



2) Siano  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = e^x + 2x^2, \quad g(x) = x^2.$$

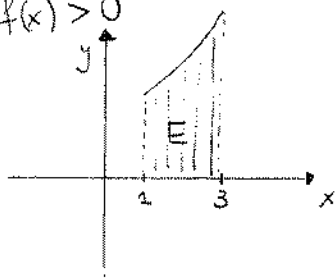
- i) Determinate la funzione composta  $h(x) = f(g(x))$ .
- ii) Determinate la derivata prima delle funzioni  $f(x)$ ,  $g(x)$  ed  $h(x)$ .
- iii) Determinate l'area delimitata dal grafico della funzione  $f$ , dalle rette  $y = 0$ ,  $x = 1$ , e  $x = 3$ .

Risposta:

i)  $h(x) = f(g(x)) = f(x^2) = e^{x^2} + 2(x^2)^2 = \underline{e^{x^2} + 2x^4}$ .

ii)  $f'(x) = \underline{e^x + 4x}$        $g'(x) = \underline{2x}$        $h'(x) = \underline{2xe^{x^2} + 8x^3}$ .

iii)  $f(x) > 0$

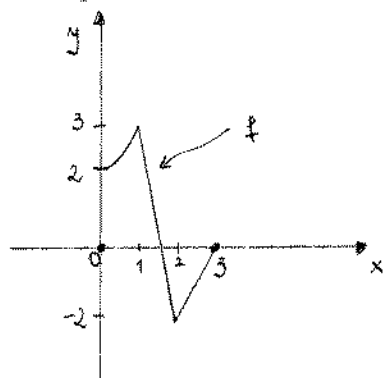


$$\begin{aligned} \text{area } E &= \int_1^3 (e^x + 2x^2) dx = \left[ e^x + 2 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \\ &= e^3 + 2 \cdot 9 - e - \frac{2}{3} = \\ &= \underline{\underline{e^3 - e + 18 - \frac{2}{3}}}. \end{aligned}$$

3) Sia  $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata nella figura sotto.

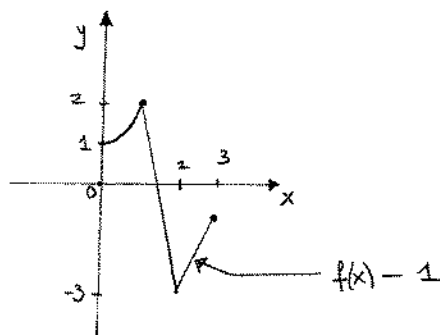
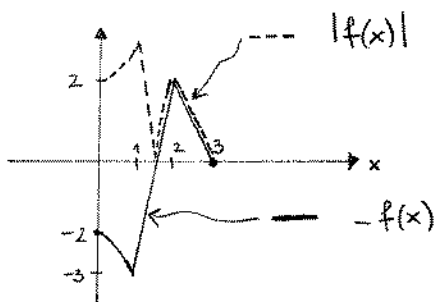
- i) Determinate gli eventuali massimi e/o minimi locali di  $f$ , e gli eventuali punti di massimo e/o minimo locale di  $f$ .
- ii) Rappresentate graficamente le seguenti funzioni:  $-f(x)$ ,  $|f(x)|$  e  $f(x) - 1$ .

Risposta:



i)  $M = 3, 0$  sono massimi locali di  $f$   
pt. di max locale  $x = 1$  e  $x = 3$

$m = 2, -2$  sono minimi locali di  $f$   
pt. di min locale  $x = 0, x = 2$ .



$$\frac{x^2}{x^2+1}$$

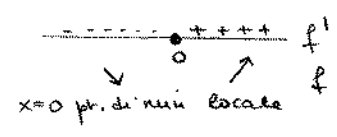
- 4) Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ .
- Studiate la funzione  $f$  (comportamento agli estremi del dominio, segno di  $f$ , monotonia, massimi e/o minimi locali,...) e tracciate il suo grafico.
  - Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

Risposta:

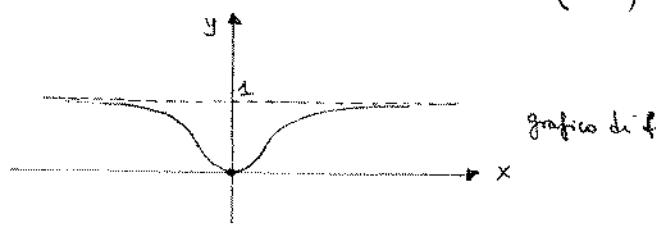
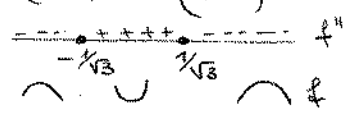
$f$  è pari!

i)  $f(x) \geq 0$  e  $= 0 \iff x = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$

$f$  è derivabile e  $f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$



$f'$  è derivabile e  $f''(x) = \frac{2(x^2+1)^2 - 2x \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4} = \frac{2x^2+2-8x^2}{(x^2+1)^3} = \frac{2-6x^2}{(x^2+1)^3} = \frac{2(1-3x^2)}{(x^2+1)^3}$



ii) se $k < 0$	$f(x) = k$	ha nessuna soluzione
$k = 0$	$f(x) = k$	ha 1 soluzione
$0 < k < 1$	$f(x) = k$	ha 2 soluzioni
$k \geq 1$	$f(x) = k$	ha nessuna soluzione.

- 5) In un esperimento ripetuto due volte di un gruppo A di cavie si ha alla prima volta una perdita del 15% mentre alla volta successiva si osserva una crescita dell' 8%; di un gruppo B di cavie invece si osserva inizialmente una crescita dell' 8% mentre alla seconda volta si nota una diminuzione del 4%. Se all'inizio dell'esperimento il gruppo B contava 85 cavie e alla fine dell'esperimento entrambi i gruppi coincidono, quanti erano gli elementi del gruppo A in partenza?

Risposta:

vedi Fila (A) terza parte

$A = \underline{\underline{96}}$