

2) Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = e^x + 2x^2, \quad g(x) = x^2.$$

i) Determinate la funzione composta $h(x) = f(g(x))$.

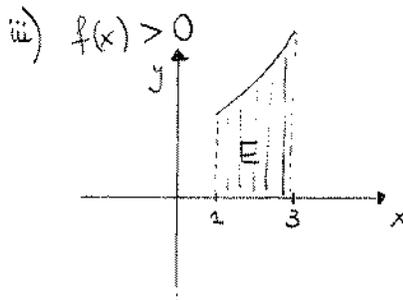
ii) Determinate la derivata prima delle funzioni $f(x)$, $g(x)$ ed $h(x)$.

iii) Determinate l'area delimitata dal grafico della funzione f , dalle rette $y=0$, $x=1$, e $x=3$.

Risposta:

i) $h(x) = f(g(x)) = f(x^2) = e^{x^2} + 2(x^2)^2 = \underline{e^{x^2} + 2x^4}$.

ii) $f'(x) = \underline{e^x + 4x}$ $g'(x) = \underline{2x}$ $h'(x) = \underline{2xe^{x^2} + 8x^3}$.



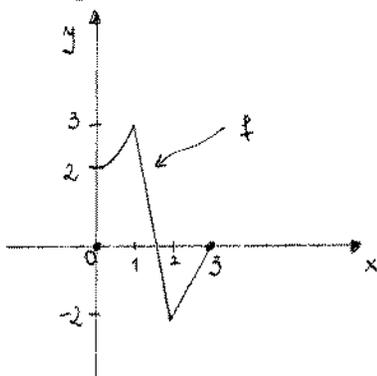
$$\begin{aligned} \text{area } E &= \int_1^3 (e^x + 2x^2) dx = \left[e^x + 2 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \\ &= e^3 + 2 \cdot 9 - e - \frac{2}{3} = \\ &= \underline{\underline{e^3 - e + 18 - \frac{2}{3}}}. \end{aligned}$$

3) Sia $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata nella figura sotto.

i) Determinate gli eventuali massimi e/o minimi locali di f , e gli eventuali punti di massimo e/o minimo locale di f .

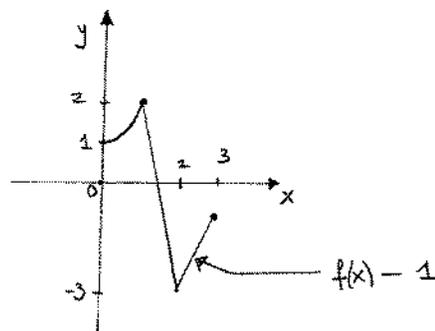
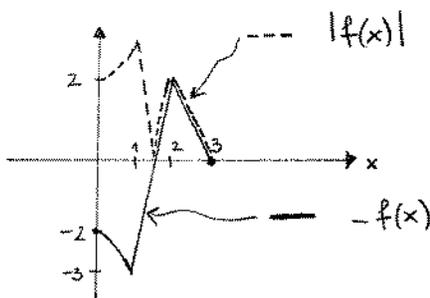
ii) Rappresentate graficamente le seguenti funzioni: $-f(x)$, $|f(x)|$ e $f(x) - 1$.

Risposta:



i) $M=3, 0$ sono massimi locali di f
pt. di max locale $x=1$ e $x=3$

$m=2, -2$ sono minimi locali di f
pt. di min locale $x=0, x=2$.



$$\frac{x^2}{x^2+1}$$

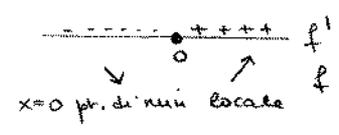
- 4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$.
- Studiate la funzione f (comportamento agli estremi del dominio, segno di f , monotonia, massimi e/o minimi locali,...) e tracciate il suo grafico.
 - Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

Risposta:

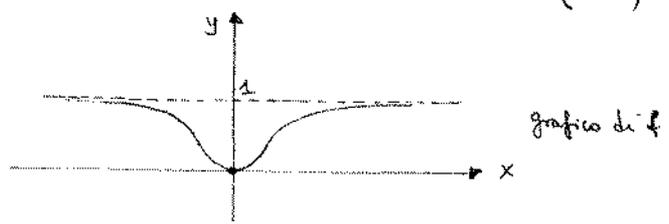
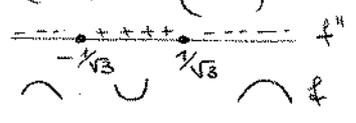
f è pari!

i) $f(x) \geq 0$ e $= 0 \iff x = 0$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$

f è derivabile e $f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$



f' è derivabile e $f''(x) = \frac{2(x^2+1)^2 - 2x \cdot 2(x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4} = \frac{2x^2+2-8x^2}{(x^2+1)^3} = \frac{2-6x^2}{(x^2+1)^3} = \frac{2(1-3x^2)}{(x^2+1)^3}$



ii) se $k < 0$	$f(x) = k$	ha nessuna soluzione
$k = 0$	$f(x) = k$	ha 1 soluzione
$0 < k < 1$	$f(x) = k$	ha 2 soluzioni
$k \geq 1$	$f(x) = k$	ha nessuna soluzione.

- 5) In un esperimento ripetuto due volte di un gruppo A di cavie si ha alla prima volta una perdita del 15% mentre alla volta successiva si osserva una crescita dell' 8%; di un gruppo B di cavie invece si osserva inizialmente una crescita dell' 8% mentre alla seconda volta si nota una diminuzione del 4%. Se all'inizio dell'esperimento il gruppo B contava 85 cavie e alla fine dell'esperimento entrambi i gruppi coincidono, quanti erano gli elementi del gruppo A in partenza?

Risposta:

vedi Fila (A) terza parte

$A = \underline{\underline{96}}$