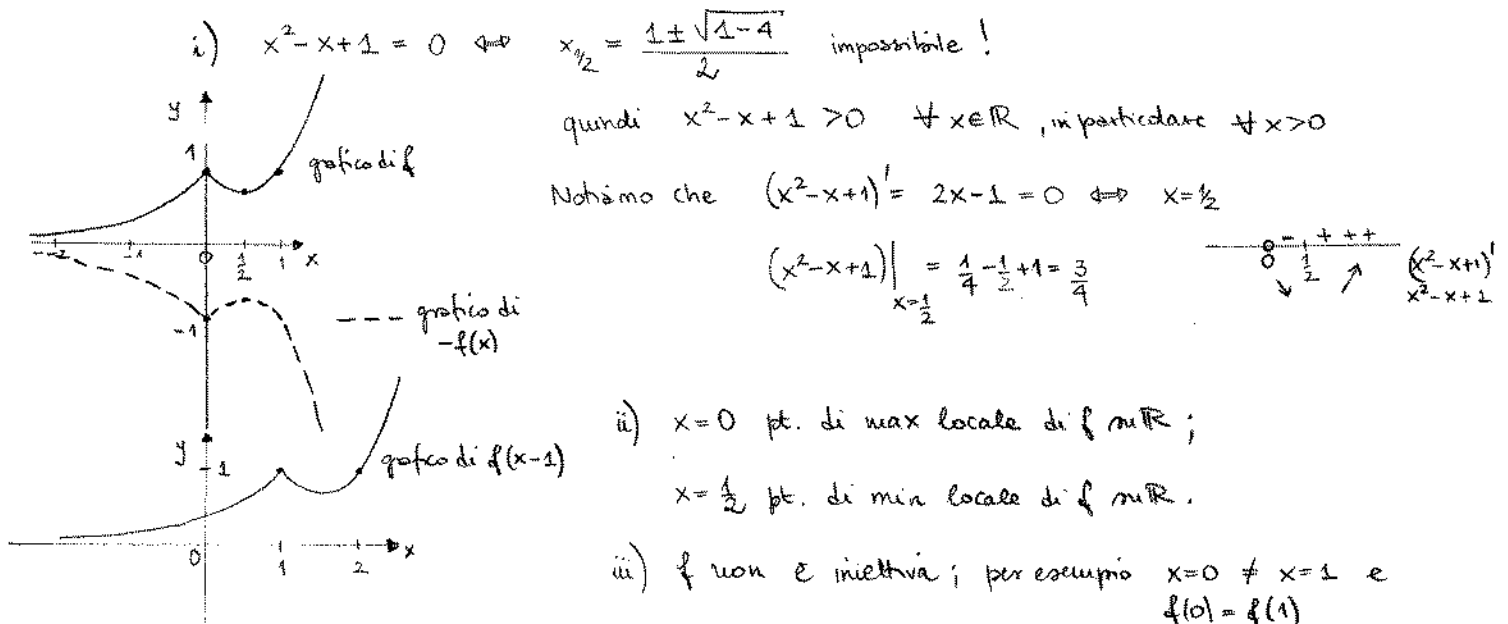


2) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 - x + 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- i) Dopo avere rappresentato graficamente la funzione $f(x)$, tracciate il grafico delle funzioni $-f(x)$ e $f(x-1)$.
- ii) Determinate gli eventuali punti di massimo e/o minimo locale di f su \mathbb{R} .
- iii) Dite se f è iniettiva (motivate la risposta).

Risposta:



3) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^3 + x^2$.

- i) Studiate la funzione f (comportamento agli estremi del dominio, segno di f , monotonia, eventuali massimi e/o minimi locali,...) e tracciate il suo grafico.
- ii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(-1, 0)$.
- iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata ~~dalla retta tangente~~ dal grafico della funzione f e dalla retta $y=0$.

Risposta:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad f(x) = x^2(x+1)$

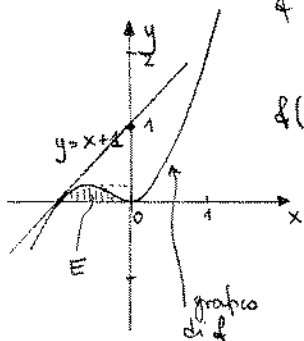
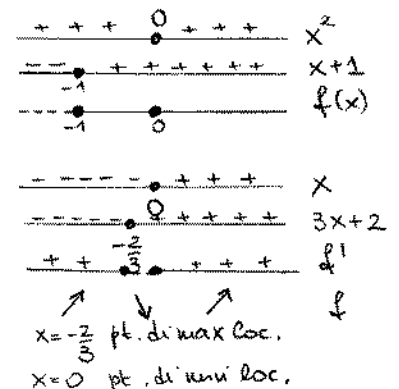
f è derivabile e $f'(x) = 3x^2 + 2x = x(3x+2)$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} + \frac{4}{9} = \frac{-8+12}{27} = \frac{4}{27} \quad f(0) = 0$$

ii) $y = f(-1) + f'(-1)(x+1) \Rightarrow$

$$y = x + 1$$

iii) $\text{area}(E) = \int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 (x^3 + x^2) dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 = -\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) = \underline{\underline{\frac{1}{12}}}$



- 4) In una scuola elementare viene fatto un test d'ingresso sulla conoscenza della Lingua Italiana. Il numero di partecipanti è di 872 bambini di cui 650 di madrelingua italiana, 101 di madrelingua di origine slava, 82 di madrelingua di origine asiatica ed i restanti di madrelingua africana. Se la percentuale di superamento del test con successo è del 91% per i bambini di madrelingua italiana, del 51% per i bambini di madrelingua di origine slava, e del 42% per i restanti bambini, qual è la percentuale dei bambini che superano con esito positivo il test?

Risposta:

$$\text{Bambini di madrelingua italiana che superano il test} = 650 \cdot \frac{91}{100} = 591$$

$$\text{Bambini di madrelingua di origine slava che superano il test} = 101 \cdot \frac{51}{100} = 51$$

$$\text{Restanti bambini che superano il test} = 121 \cdot \frac{42}{100} = 50$$

$$\text{Totale bambini che superano il test} = \underline{692}$$

$$\text{Percentuale dei bambini che superano il test} = \underline{79\%}$$

- 5) Per il riscaldamento prima di una gara un atleta può scegliere 6 esercizi da una rosa di 15 esercizi. In quanti modi può avvenire il riscaldamento tenendo conto anche della sequenza nella quale vengono eseguiti gli esercizi?

Risposta:

$$D_{15,6} = \frac{15!}{(15-6)!} = \frac{15!}{9!} = \underline{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}$$