

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA |\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|\_|

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 8 NOVEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Siano  $A$  e  $B$  gli insiemi definiti da

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 2x - 4}{x} < -1 \right\} \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{(x-1)^2} > 1 \right\}.$$

i) Determinate gli insiemi  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.

ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .

Risposta:

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  la retta di equazione  $y = 2x + 1$  e la parabola di equazione  $y = -3x^2 + 2$ . Detti  $P$  e  $Q$  i punti di intersezione della retta con la parabola, calcolate la distanza tra  $P$  e  $Q$ .
- ii) Determinate l'equazione della retta perpendicolare alla retta data e passante per il punto  $(1, 0)$ . Rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .

---

*Risposta:*

- 
- 3) Sia  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ .
- i) Rappresentate graficamente la funzione  $f$ . Dite se  $(1, 3) \in \text{graf } f$ .
- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

---

*Risposta:*

- 
- 4) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ed  $h : [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$  le funzioni definite da

$$f(x) = 2x^3 + x, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}, \quad h(x) = \sqrt{x}.$$

Scrivete, se è possibile farlo, le funzioni  $f + g$ ,  $fg$  e la composizione  $h \circ f$ , con i rispettivi domini.

---

*Risposta:*

---

5) Sia  $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione in figura.

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  le funzioni  $x \mapsto -f(x)$ ,  $x \mapsto f(2x)$  e  $x \mapsto f(x) - 1$ .
- ii)  $f$  è una funzione iniettiva?
- iii) Determinate  $f([-1, 2])$ .

---

*Risposta:*

---

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  l'insieme dei punti  $(x, y)$  che soddisfano i seguenti sistemi:

$$\text{i) } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1 \\ y \geq -3x; \end{cases} \quad \text{ii) } \begin{cases} x^2 + y^2 - x - \frac{3}{4} \geq 0 \\ y = -x^2. \end{cases}$$

---

*Risposta:*

---

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 8 NOVEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Siano  $A$  e  $B$  gli insiemi definiti da

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + x - 2}{x^2} \geq 0 \right\} \qquad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{(x+1)^2} < 1 \right\}.$$

i) Determinate gli insiemi  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.

ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $B \setminus A$ .

Risposta:

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  la retta di equazione  $y = -3x + 2$  e la parabola di equazione  $y = x^2 - 2$ . Detti  $P$  e  $Q$  i punti di intersezione della retta con la parabola, calcolate la distanza tra  $P$  e  $Q$ .
- ii) Determinate l'equazione della retta parallela alla retta data e passante per il punto  $(-1, 0)$ . Rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .

---

*Risposta:*

- 
- 3) Sia  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$ .
- i) Rappresentate graficamente la funzione  $f$ . Dite se  $(1, 0) \in \text{graf } f$ .
- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

---

*Risposta:*

- 
- 4) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ed  $h : [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$  le funzioni definite da

$$f(x) = -3x + x^4, \quad g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad h(x) = \sqrt{x}.$$

Scrivete, se è possibile farlo, le funzioni  $f - g$ ,  $fg$  e la composizione  $h \circ f$ , con i rispettivi domini.

---

*Risposta:*

---

5) Sia  $f : [-1, 2] \rightarrow [0, 2]$  la funzione in figura.

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  le funzioni  $x \mapsto -\frac{1}{2}f(x)$ ,  $x \mapsto f(-x)$  e  $x \mapsto f(x) + 1$ .
- ii)  $f$  è una funzione suriettiva?
- iii) Determinate  $f([0, 1])$ .

---

*Risposta:*

---

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  l'insieme dei punti  $(x, y)$  che soddisfano i seguenti sistemi:

i) 
$$\begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{9} > 1 \\ y \geq 2x^2; \end{cases}$$

ii) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 8 \\ x \geq -2. \end{cases}$$

---

*Risposta:*

---

COGNOME \_\_\_\_\_

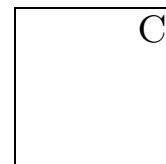
NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6



UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 8 NOVEMBRE 2004

---

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

---

---

1) Siano  $A$  e  $B$  gli insiemi definiti da

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 3x - 2}{x + 1} \leq 1 \right\} \qquad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{(x - 2)^2} \leq 1 \right\}.$$

i) Determinate gli insiemi  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Dite se sono insiemi limitati.

ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $B \setminus A$ .

---

*Risposta:*

---

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  la retta di equazione  $y = x - 3$  e la parabola di equazione  $y = -x^2 + 3$ . Detti  $P$  e  $Q$  i punti di intersezione della retta con la parabola, calcolate la distanza tra  $P$  e  $Q$ .
- ii) Determinate l'equazione della retta parallela alla retta data e passante per il punto  $(-1, 0)$ . Rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .

---

*Risposta:*

- 
- 3) Sia  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{1}{x^4} - 1$ .
- i) Rappresentate graficamente la funzione  $f$ . Dite se  $(-1, 0) \in \text{graf } f$ .
- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

---

*Risposta:*

- 
- 4) Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ed  $h : [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$  le funzioni definite da

$$f(x) = x^2 + x, \quad g(x) = 2x^4 + 1, \quad h(x) = \sqrt{x}.$$

Scrivete, se è possibile farlo, le funzioni  $fg$ ,  $\frac{g}{f}$  e la composizione  $h \circ g$ , con i rispettivi domini.

---

*Risposta:*

---



5) Sia  $f : [-1, 2] \rightarrow [0, 2]$  la funzione in figura.

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  le funzioni  $x \mapsto -2f(x)$ ,  $x \mapsto f(x-1)$  e  $x \mapsto f(x)+2$ .

ii)  $f$  è una funzione iniettiva?

iii) Determinate  $f([-1, 0])$ .

---

*Risposta:*

---

6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  l'insieme dei punti  $(x, y)$  che soddisfano i seguenti sistemi:

i) 
$$\begin{cases} \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 11 \\ y \leq 1; \end{cases}$$

ii) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2y > 3 \\ y \geq -x. \end{cases}$$

---

*Risposta:*

---