

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO
FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA
SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA
A.A. 2004-2005 — TRENTO, 2 DICEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

i) $x(x - 1) + 2|x| \leq 2$;

ii) $\frac{e^x(3x - x^2)}{\log x} \leq 0$.

Risposta:

2) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

i) $\log_2(x^2 + 2) \leq 0$; $\log(x + 1) + \log x \leq \log 2$;

ii) $2^{3x+4} \leq 1$; $e^{x^2-3}e^{2x} > \frac{1}{e}$.

Risposta:

3) Siano f , g ed h le funzioni definite da

$$f(x) = |x^2 - 1| - 2 \quad g(x) = 1 - 2 \log x \quad h(x) = 1 - 2^{-x}.$$

- i) Determinate i loro insiemi di definizione e rappresentatele poi graficamente nel piano cartesiano xy .
- ii) Dite se sono funzioni continue nel loro insieme di definizione.
- iii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f , g ed h sull'intervallo $]0, 4]$. Determinate gli eventuali punti di massimo e/o di minimo.

Risposta:

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} 2e^x & \text{se } x \leq 0 \\ -x^3 + 2 & \text{se } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

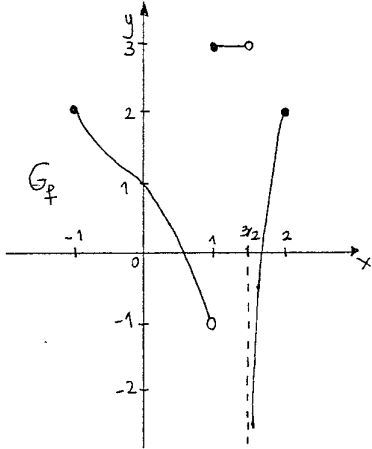
- i) Rappresentate graficamente f nel piano cartesiano xy .
- ii) Dite se la funzione è continua in \mathbb{R} (motivando la risposta).
- iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .

Risposta:

5) Sia $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione in figura.

- i) Determinate $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. La funzione f è continua in $x = 1$?
- ii) Determinate eventuali asintoti della f .
- iii) Determinate $f([-1, 2])$.
- iv) Determinate il segno della derivata f' , dove esiste.

Risposta:



6) i) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{x-2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{-x} - \frac{x^3}{2^{x-1}} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{\log(|x| + 1)}.$$

ii) Determinate, al variare di $m \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x}{3x - 2x^m}$.

Risposta: