

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO
FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — TRENTO, 2 DICEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

i) $3 + x^2 - 3|x| > 1$;

ii) $\frac{2^x(4x - x^2)}{\sqrt[3]{x}} \geq 0$.

Risposta:

2) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

i) $\log(x^2 + 3) > 0$; $\log_2(x + 3) + \log_2 x \geq \log_2 4$;

ii) $e^{3x+1} > 1$; $2^{x^2-2} 2^{4x} \leq \frac{1}{2}$.

Risposta:

3) Siano f , g ed h le funzioni definite da

$$f(x) = \left| \frac{1}{x^2} - 1 \right| - 1 \quad g(x) = -1 + \log|x| \quad h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1.$$

- i) Determinate i loro insiemi di definizione e rappresentatele poi graficamente nel piano cartesiano xy .
- ii) Dite se sono funzioni continue nel loro insieme di definizione.
- iii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f , g ed h sull'intervallo $]0, 3]$. Determinate gli eventuali punti di massimo e/o di minimo.

Risposta:

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ \sqrt[3]{x} + 2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ e^x & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$

- i) Rappresentate graficamente f nel piano cartesiano xy .
- ii) Dite se la funzione è continua in \mathbb{R} (motivando la risposta).
- iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .

Risposta:

5) Sia $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione in figura.

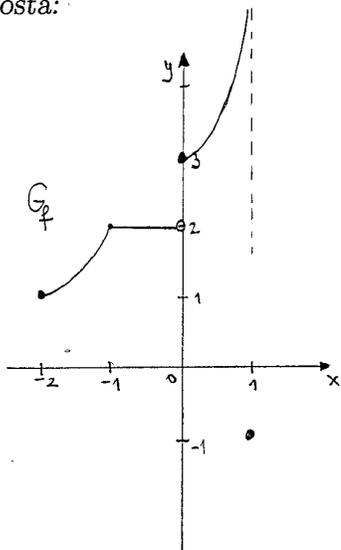
i) Determinate $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. La funzione f è continua in $x = 0$?

ii) Determinate eventuali asintoti della f .

iii) Determinate $f([-2, 1])$.

iv) Determinate il segno della derivata f' , dove esiste.

Risposta:



6) i) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{e^{x-1}}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2^{-x} - \frac{\log(x^4 + 3)}{x-1} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+e)}{\log(|x|+1)}$$

ii) Determinate, al variare di $m \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + x^m}{x^2 + x}$.

Risposta: