

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 23 DICEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate $\int_1^2 \left[(2x+1)^2 - \frac{1}{x} \right] dx$; $\int_0^1 (e^{2x} + 3e^x)e^{-x} dx$; $\int_{-1}^2 ||x| - 1| dx$.

- 2) i) Studiate brevemente la funzione $f(x) = -x^4 + 2x^3$ e tracciate un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .
ii) Scrivete l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(2, 0)$ e rappresentatela graficamente.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta $x = 0$.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{(x^2 - 1)}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o minimo) di f su $[0, +\infty[$.

iii) Calcolate $\int_0^1 \frac{f(x)}{(x-1)(x+1)} dx$.

4) Risolvete graficamente le seguenti disequazioni:

i) $\log|x| \leq 1 - |x|$;

ii) $\sqrt[3]{x} \leq \frac{1}{(x+1)^2} - 1$.

5) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione in figura. Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (motivate le risposte)

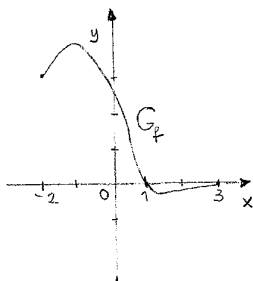
i) f è crescente su $[-1, 3]$;

ii) la derivata f' soddisfa $f'(-1) \geq f'(1)$;

iii) $\int_{-2}^3 f(x) dx \geq 0$; $\int_0^3 f(x) dx \geq 0$;

iv) f ha massimo e minimo su $[-2, 0]$;

v) la funzione integrale $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ ha massimo in $x = 1$.



6) Un'urna contiene n palline contrassegnate con numeri diversi. Vengono estratte due palline, generando così una sequenza ordinata di due numeri. Se le possibili sequenze estratte sono 20, quante sono le palline nell'urna?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 23 DICEMBRE 2004

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate $\int_0^1 (e^{-2x} - 2e^{-x})e^{2x} dx$; $\int_{-2}^1 ||x|-1| dx$; $\int_1^2 [\frac{1}{2x} - (3x+1)^2] dx$.

- 2) i) Studiate brevemente la funzione $f(x) = x^4 - 3x^3$ e tracciate un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .
ii) Scrivete l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(3, 0)$ e rappresentatela graficamente.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta $x = 0$.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{(4 - x^2)}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (e gli eventuali punti di massimo e/o minimo) di f su $[0, +\infty[$.

iii) Calcolate $\int_{-1}^0 \frac{f(x)}{(x^2 - 4)} dx$.

4) Risolvete graficamente le seguenti disequazioni:

i) $\log(x+1) \leq 1 - |x+1|$;

ii) $\sqrt[3]{x} > -\frac{1}{(x-1)^2} + 1$.

5) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione in figura. Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (motivate le risposte)

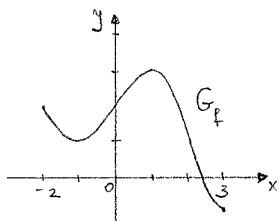
i) f è crescente su $[-1, 1]$;

ii) la derivata f' soddisfa $f'(0) \geq f'(2)$;

iii) $\int_{-2}^3 f(x) dx \leq 0$; $\int_0^3 f(x) dx \geq 0$;

iv) f ha massimo e minimo su $[0, 3]$;

v) la funzione integrale $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ ha minimo in $x = -2$.



6) Un'urna contiene n palline contrassegnate con numeri diversi. Vengono estratte due palline, generando così una sequenza ordinata di due numeri. Se le possibili sequenze estratte sono 30, quante sono le palline nell'urna?
