

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 12 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate gli insiemi  $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{e^x - 1}{x^2 + x} < 0\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - |x| \geq 2\}$  e rappresentateli sulla retta reale.  
ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ . Rappresentate graficamente l'insieme  $A \times B$ .

- 2) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = x - x^2 + 2$ .  
i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  le funzioni  $x \mapsto f(x)$ ,  $x \mapsto |f(x)|$  e  $x \mapsto -\frac{1}{2}f(x)$ .  
ii) Determinate l'insieme  $f(\mathbb{R})$ . Dite se  $f$  è una funzione iniettiva e/o suriettiva.  
iii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 2)$ .  
iv) Determinate l'equazione delle rette perpendicolari alla retta  $r$  che non intersecano mai il grafico di  $f$ .

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^x}{x - 2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .

- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
iii) Sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Weierstrass dalla funzione  $f$  nell'intervallo  $[1, 3]$ ?

- 4) i) Calcolate  $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 4} dx$ ;  $\int_0^1 \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} dx$ .
- ii) Determinate l'area della regione piana contenuta nel primo quadrante del piano cartesiano  $xy$  delimitata dai grafici delle funzioni  $f(x) = |x - 1|$  e  $g(x) = e^x$  e dalla retta  $y = e$ .
- 

- 5) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ . Quali delle seguenti affermazioni sono vere? (motivate le risposte)
- i)  $f$  ha massimo e minimo su  $[0, +\infty[$ ;
- ii)  $f$  è decrescente su  $\mathbb{R}$ ;
- iii)  $\int_{-1}^3 f(x) dx \geq 0$ ;  $\int_0^1 f(x) dx \leq 1$ ;
- iv)  $f(x) \leq e^{-x}$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .

Esplicitate la seguente sommatoria  $\sum_{k=0}^4 f(k)$ .

---

- 6) Dite in quanti modi si possono disporre in fila 10 palline, 7 blu e 3 rosse, con la condizione che al primo posto ci sia una pallina blu e all'ultimo posto ci sia una pallina rossa.
-