

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 28 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Dite, motivando le risposte, quali delle seguenti proposizioni sono vere:

i) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} : y - 1 < x$;

ii) $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{R}, -x \leq |y|$.

Scrivete poi la negazione di i) e ii).

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + 1 \leq 2\} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + 9y^2 < 8\}.$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

3) i) Risolvete graficamente la seguente disequazione $|\log(x + 1)| \geq -\frac{1}{x^2}$.

ii) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $\log_2 4 \leq x^2 \leq \log_3 27$.

iii) Calcolate $\int_0^5 \frac{2}{\sqrt{x+4}} dx$ e $\int_1^2 \frac{3xe^x + x^3}{x} dx$.

- 4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità, asintoti) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .

- ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f su $[-4, -1] \cup [1, 2]$ e gli eventuali punti di massimo e/o di minimo.
iii) Rappresentate graficamente la retta r di equazione $y = -x + 1$.
iv) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f dalla retta r e dalla retta $y = 0$.
-

- 5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy

i) una funzione positiva $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, f è discontinua in $x = 1$ ed f è iniettiva su \mathbb{R} ;

ii) una funzione $h : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $h'(1) > 0$ e $\int_0^2 h(x) dx = 0$.

- 6) In un test psicologico devono essere svolti 5 esercizi scelti da una rosa di 10 esercizi (tutti diversi fra loro ed enumerati da 0 a 9). Dite quanti sono le possibili sequenze per lo svolgimento di tali esercizi se l'esercizio nr. 5 non può mai essere svolto per primo?
-