

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

--	--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 28 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate  $\int_0^5 \frac{2}{\sqrt{x+4}} dx$ ;  $\int_1^2 \frac{3xe^x + x^3}{x} dx$ ;  $\int_{-1}^2 (|x| - |x-1|) dx$ .

- 2) i) Studiate brevemente la funzione  $f(x) = e^x - x$  e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .  
ii) Determinate l'equazione dell'asintoto obliquo  $r$  per  $x \rightarrow -\infty$  della funzione  $f$ .  
iii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1$ . Rappresentate graficamente entrambe le rette individuate precedentemente e determinate il loro punto di intersezione.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità, asintoti) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano  $xy$ .

ii) Rappresentate graficamente la retta  $r$  di equazione  $y = -x + 1$ .

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  dalla retta  $r$  e dalla retta  $y = 0$ .

- 4) i) Risolvete graficamente la seguente disequazione  $|\log(x+1)| \geq -\frac{1}{x^2}$ .  
ii) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione  $\log_2 4 \leq x^2 \leq \log_3 27$ .
- 

- 5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$   
i) una funzione  $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  continua soddisfacente  $g(0) = 0, g(2) = -1$  e non derivabile in  $x = 1$ ;  
ii) una funzione  $h : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  continua tale che  $h'(1) > 0$  e  $\int_0^2 h(x) dx = 0$ .
- 

- 6) In un test psicologico devono essere svolti 5 esercizi scelti da una rosa di 10 esercizi (tutti diversi fra loro ed enumerati da 0 a 9). Dite quanti sono le possibili sequenze per lo svolgimento di tali esercizi se l'esercizio nr. 5 non può mai essere svolto per primo?
-

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 28 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate  $\int_0^3 \frac{3}{\sqrt{x+1}} dx$ ;  $\int_1^2 \frac{x^4 - 4xe^x}{x} dx$ ;  $\int_{-2}^3 (|x-2| - |x|) dx$ .

- 2) i) Studiate brevemente la funzione  $f(x) = x - e^x$  e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano  $xy$ .  
ii) Determinate l'equazione dell'asintoto obliquo  $r$  per  $x \rightarrow -\infty$  della funzione  $f$ .  
iii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1$ . Rappresentate graficamente entrambe le rette individuate precedentemente e determinate il loro punto di intersezione.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità, asintoti) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano  $xy$ .

ii) Rappresentate graficamente la retta  $r$  di equazione  $y = -x - 1$ .

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  dalla retta  $r$  e dalla retta  $y = 0$ .

- 4) i) Risolvete graficamente la seguente disequazione  $\log(x+2) \leq \frac{1}{x+2} - 1$ .  
ii) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione  $\log_3 \sqrt{3} \leq x^2 \leq \log_4 16$ .
- 

- 5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$   
i) una funzione positiva  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ,  $f$  è discontinua in  $x = 0$  ed  $f$  non è iniettiva su  $\mathbb{R}$ ;  
ii) una funzione  $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  continua soddisfacente  $g(0) = 0, g(2) = 1$  e  $g'(1) = 0$ .
- 

- 6) In un test psicologico devono essere svolti 6 esercizi scelti da una rosa di 10 esercizi (tutti diversi fra loro ed enumerati da 0 a 9). Dite quanti sono le possibili sequenze per lo svolgimento di tali esercizi se l'esercizio nr. 5 deve essere svolto sempre?
-