

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 28 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate $\int_0^5 \frac{2}{\sqrt{x+4}} dx$; $\int_1^2 \frac{3xe^x + x^3}{x} dx$; $\int_{-1}^2 (|x| - |x-1|) dx$.

- 2) i) Studiate brevemente la funzione $f(x) = e^x - x$ e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
ii) Determinate l'equazione dell'asintoto obliquo r per $x \rightarrow -\infty$ della funzione f .
iii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 1$. Rappresentate graficamente entrambe le rette individuate precedentemente e determinate il loro punto di intersezione.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità, asintoti) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .

ii) Rappresentate graficamente la retta r di equazione $y = -x + 1$.

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f dalla retta r e dalla retta $y = 0$.

- 4) i) Risolvete graficamente la seguente disequazione $|\log(x+1)| \geq -\frac{1}{x^2}$.
ii) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $\log_2 4 \leq x^2 \leq \log_3 27$.
-

- 5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy
i) una funzione $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua soddisfacente $g(0) = 0, g(2) = -1$ e non derivabile in $x = 1$;
ii) una funzione $h : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $h'(1) > 0$ e $\int_0^2 h(x) dx = 0$.
-

- 6) In un test psicologico devono essere svolti 5 esercizi scelti da una rosa di 10 esercizi (tutti diversi fra loro ed enumerati da 0 a 9). Dite quanti sono le possibili sequenze per lo svolgimento di tali esercizi se l'esercizio nr. 5 non può mai essere svolto per primo?
-

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 28 GENNAIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate $\int_0^3 \frac{3}{\sqrt{x+1}} dx$; $\int_1^2 \frac{x^4 - 4xe^x}{x} dx$; $\int_{-2}^3 (|x-2| - |x|) dx$.

- 2) i) Studiate brevemente la funzione $f(x) = x - e^x$ e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano xy .
ii) Determinate l'equazione dell'asintoto obliquo r per $x \rightarrow -\infty$ della funzione f .
iii) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 1$. Rappresentate graficamente entrambe le rette individuate precedentemente e determinate il loro punto di intersezione.

- 3) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità, asintoti) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .

ii) Rappresentate graficamente la retta r di equazione $y = -x - 1$.

iii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f dalla retta r e dalla retta $y = 0$.

- 4) i) Risolvete graficamente la seguente disequazione $\log(x+2) \leq \frac{1}{x+2} - 1$.
ii) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione $\log_3 \sqrt{3} \leq x^2 \leq \log_4 16$.
-

- 5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy
i) una funzione positiva $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, f è discontinua in $x = 0$ ed f non è iniettiva su \mathbb{R} ;
ii) una funzione $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ continua soddisfacente $g(0) = 0, g(2) = 1$ e $g'(1) = 0$.
-

- 6) In un test psicologico devono essere svolti 6 esercizi scelti da una rosa di 10 esercizi (tutti diversi fra loro ed enumerati da 0 a 9). Dite quanti sono le possibili sequenze per lo svolgimento di tali esercizi se l'esercizio nr. 5 deve essere svolto sempre?
-