

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A
---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 6 LUGLIO 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore e mezza**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $xy$  gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 2\} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq 2x + 3\}.$$

ii) Rappresentate graficamente gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $B \setminus A$ .

iii) Determinate l'area della regione piana determinata da  $A \cap B$ .

2) Siano dati nel piano cartesiano  $xy$  i punti  $A = (-1, -2)$ ,  $B = (0, 1)$  e  $C = (2, 1)$ .

i) Determinate l'equazione della parabola (con asse di simmetria parallela all'asse  $y$ ) passante per i punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ , e rappresentatela graficamente.

ii) Determinate l'equazione della retta passante per i punti  $A$  e  $B$ , rappresentatela graficamente.

iii) Scrivete l'equazione della retta perpendicolare alla retta determinata in ii) e passante per il vertice della parabola determinata in i).

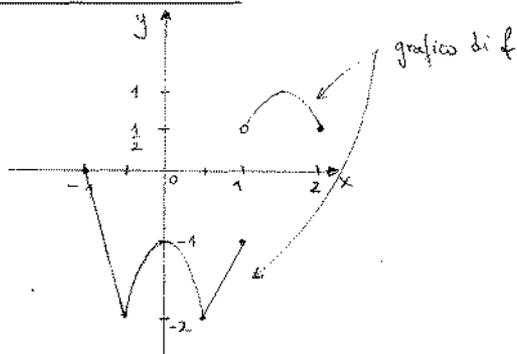
3) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

i)  $\frac{x^2 + 3x}{4x + 6} \geq 1$ ;

ii)  $\log(2x + 3) > \log(x^2)$ ;

iii)  $|x - 1| \leq 2 - |x|$  (sugg.: risolvete la graficamente).

- 4) Sia  $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.
- Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto -f(x)$  e  $x \mapsto |f(x)|$ .
  - Calcolate  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .
  - Qual è il segno di  $\int_{-1}^2 f(x) dx$ ? (motivare la risposta)



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano  $xy$ .

- Sia  $A = (x_0, f(x_0))$  il punto di massimo di  $f$  (nell'insieme di definizione). Determinate la distanza  $d$  tra  $A$  e il punto  $(0, -\frac{1}{2})$ .
- Scrivete l'equazione della circonferenza centrata in  $A$  e di raggio  $d$  e rappresentatela graficamente.

- 6) Per un test psicologico avete contattato 25 maschi e 30 femmine. Se tutte le possibili coppie di persone - escluse le coppie marito-moglie - devono compilare un questionario (per ciascuna coppia) quanti questionari avrete da valutare se nel gruppo ci sono 10 coppie marito-moglie?