

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — ROVERETO, 7 SETTEMBRE 2005

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti.

Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore e mezza**. Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare oltre al materiale ricevuto e il vostro materiale di scrittura solo i vostri appunti. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 2, -2 + |x| \leq y \leq -|x| + 3\} \quad B = [1, 4] \times]-1, 3[.$$

- ii) Rappresentate graficamente gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $B \setminus A$.
iii) Determinate l'area delle regioni piane determinate in ii).

- 2) Siano date le funzioni $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = x + 2$ definite su \mathbb{R} .

i) Determinate le funzioni composte $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ g)(x)$ su \mathbb{R} e rappresentatele graficamente nel piano cartesiano xy .

ii) È vero che $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$? Se no, per quali $x \in \mathbb{R}$ l'uguaglianza è vera?

iii) Determinate $\int_{-1}^2 f(x)g(x) dx$ e $\int_{-1}^2 (f \circ g)(x) dx$.

- 3) Siano date, sul loro insieme di definizione, le funzioni $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ e $g(x) = \log(x + 1)$.

i) Rappresentate graficamente le funzioni f e g .

ii) Rappresentate le funzioni $x \mapsto f(-x)$, $x \mapsto -f(-x) + 1$ e $x \mapsto |g(x)|$ sul loro insieme di definizione.

iii) È vero che $f(x+y) = f(x)f(y)$ per ogni $x, y \in \text{dom} f$? È vero che $g''(x) = -(g'(x))^2$ per ogni $x, y \in \text{dom} g$?

iv) Determinate il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = g(x)$.

- 4) i) Scrivete l'espressione di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia decrescente sull'intervallo $] - \infty, 1]$, crescente sull'intervallo $]1, +\infty[$ e discontinua nei punti $x = 1$ ed $x = 2$.
ii) Scrivete l'espressione di una funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $g'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
iii) Determinate la funzione continua $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $h'(x) = 3$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e
- $$\int_1^2 h(x) dx = 6.$$
-

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 2}$$

e tracciatene un grafico approssimativo nel piano cartesiano xy .

- ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di f sull'insieme $A =] - 1, 1]$.
-

- 6) In quanti modi può essere riempita un'aula di 92 posti da sedere se il numero di studenti è 30?
-