Verifica Settimanale del Precorso di Analisi Matematica (4-8/10/2004)

1) a)

$\mathcal{A}$:	V	V	F	F
$\mathcal{B}$:	V	F	V	F
$\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$:	V	F	F	F
non ($\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$) :	F	V	V	V
non $\mathcal{A}$:	F	F	V	V
non $\mathcal{B}$:	F	V	F	V
(non $\mathcal{A}$) o (non $\mathcal{B}$) :	F	V	V	V

$\Rightarrow$ non ($\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$) è equiv. a (non $\mathcal{A}$) o (non $\mathcal{B}$) .

b)

$\mathcal{A}$:	V	V	F	F
$\mathcal{B}$:	V	F	V	F
$\mathcal{A}$ o $\mathcal{B}$:	V	V	V	F
non ($\mathcal{A}$ o $\mathcal{B}$) :	F	F	F	V
non $\mathcal{A}$:	F	F	V	V
(non $\mathcal{A}$) o $\mathcal{B}$:	V	F	V	V

$\Rightarrow$ non ($\mathcal{A}$ o $\mathcal{B}$) non è equiv. a (non $\mathcal{A}$) o $\mathcal{B}$. $\square$

2) a) (F) : basta prendere $x=0$ (non ($\forall x \in \mathbb{Z}$, $x^2 \geq 1$) è vera poiché $\exists x : x^2 < 1$: $\underline{\underline{x=0}}$, quindi $\forall x \in \mathbb{Z}$, $x^2 \geq 1$ è falsa!);

b) (F) : infatti la sua negazione è vera (cioè $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 0$);

c) (F) : infatti la sua negazione è vera (cioè $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2+1 \geq 1 > 0$);

d) (F) : infatti la sua negazione è vera ($\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{N} : x \leq y$). $\square$

3) a) (F) : Se $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ si dovrebbe prendere $x=1$ ma 1 non è minore di ogni $y \in \mathbb{N}$ (basta prendere $y=1$ e si ha $x=y$)

b) (V) : $x=1$, $y=2$

c) (F) : basta prendere $x=3$, $y=2$

d) (V) per ogni $x \in \mathbb{N}$, basta prendere $y = x + 1$;

$$\text{non}\left(\exists\, x, y \in \mathbb{N} : \mathcal{P}(x,y)\right) \Leftrightarrow \left(\forall x, y \ , \ \text{non}\ \mathcal{P}(x,y)\right)$$

$$\text{non}\left(\forall x \in \mathbb{N}\ \exists y \in \mathbb{N} : \mathcal{P}(x,y)\right) \Leftrightarrow \left(\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N}\ , \ \text{non}\ \mathcal{P}(x,y)\right)$$

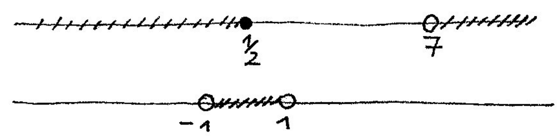
(si ottiene la prop "esiste $x \in \mathbb{N}$ t.c. $\forall y \in \mathbb{N}$ si ha $x \geq y$"

che risulta falsa) $\square$

4) $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1 \ \text{ o } \ (x \leq -\sqrt{5} \ \text{ o } \ x \geq \sqrt{5})\} =]-\infty, -\sqrt{5}] \cup [-1, 1] \cup [\sqrt{5}, +\infty[$

$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1 \ \text{ e } \ (2x - 1 \leq 0 \ \text{ o } \ x > 7)\} =$

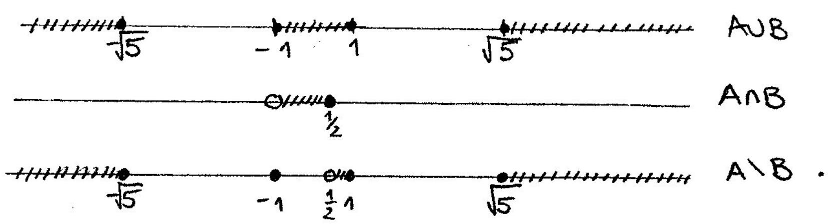
$= \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1 \ \text{ e } \ (x \leq \frac{1}{2} \ \text{ o } \ x > 7)\} =]-1, \frac{1}{2}]$.



$A \cup B =]-\infty, -\sqrt{5}] \cup [-1, 1] \cup [\sqrt{5}, +\infty[\quad (= A \text{ poiché } B \subset A)$

$A \cap B =]-1, \frac{1}{2}]$

$A \setminus B =]-\infty, -\sqrt{5}] \cup \{-1\} \cup]\frac{1}{2}, 1] \cup [\sqrt{5}, +\infty[$

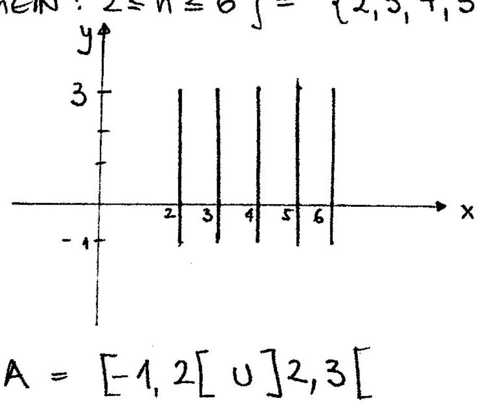


$\square$

5) $A = \{n \in \mathbb{N} : 0 \leq 2n - 4 \ \text{ e } \ 2n - 4 \leq 9\} = \{n \in \mathbb{N} : n \geq 2 \ \text{ e } \ 2n \leq 13\}$

$= \{n \in \mathbb{N} : 2 \leq n \leq 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

a)



b) $B \setminus A = [-1, 2[\cup]2, 3[$ $\qquad$ $\mathbb{R} \setminus A = \mathbb{R} \setminus \{2, 3, 4, 5, 6\} =$

$=]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, 4[\cup]4, 5[\cup]5, 6[\cup]6, +\infty[$

[redacted]