COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA _ _ _ _ _ _	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — POLO DI ROVERETO

FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA APPLICATA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2004-2005 — TRENTO, 22-26 NOVEMBRE 2004

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Usando la definizione, dimostrate la continuità della funzione $f(x) = 3x + 2$ nel punto $x_0 = 1$.

ii) Sia $h : [0,2] \to \mathbb{R}$ la funzione definita da $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x \le 2. \end{cases}$ Dimostrate, usando la definizione, che h non è continua in $x_0 = 1$.

iii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo di h su $[0,2]$, e determinate gli eventuali punti di massimo e/o di minimo.

2) Dite (motivando le risposte) in quali punti dei loro insiemi di definizione le seguenti funzioni sono continue:

i) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2}{2x^2 + 1}$, ii) $g(x) = \dfrac{x}{e^x - 1}$, iii) $h(x) = \begin{cases} |x+1| & \text{se } x \le 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

3) Provate che l'equazione $2x^3 - 3x + \dfrac{1}{2} = 0$ ha tre soluzioni nell'intervallo $[-2,2]$. Una di queste si trova a distanza inferiore a 0.25 da $x = 0$?

4) Siano date le seguenti funzioni:

$$f(x) = |x^2 - 1| \text{ su } [-1,2]; \quad g(x) = 1 + \log(x+1) \text{ su } [0,1]; \quad h(x) = e^{x^3} + x \text{ su } [-1,1].$$

i) Verificate che esse soddisfano le ipotesi del teorema di Weierstrass.

ii) Determinate il massimo e il minimo di f, g ed h sui rispettivi domini. Indicate anche i punti di massimo e i punti di minimo.

iii) Determinate $f([-1,2])$, $g([0,1])$ e $h([-1,1])$.

5) Siano date le funzioni

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ e^x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x < 1 \\ 2\log x & \text{se } x \ge 1. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano xy le funzioni f e g.

ii) Determinate se esistono $\lim_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim_{x\to 0^+} f(x)$, e $\lim_{x\to 0} f(x)$. Vale $\lim_{x\to 0^-} f(x) = f(0)$?

iii) Determinate se esistono $\lim_{x\to 1^-} g(x)$, $\lim_{x\to 1^+} g(x)$, e $\lim_{x\to 1} g(x)$. Vale $\lim_{x\to 1^-} g(x) = g(1)$?

---

6) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} \frac{x-2x^2}{3x^2-2x}$, $\displaystyle \lim_{x\to 0} \frac{x-2x^2}{3x^2-2x}$, $\displaystyle \lim_{x\to -\infty} \frac{2x-3x^2}{x^3+x^2}$, $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} \frac{2x^5-x}{3x^3-x^4}$;

ii) $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x})$, $\displaystyle \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$, $\displaystyle \lim_{x\to 2^+} \frac{x-1}{x^2-4}$;

iii) $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2+1}{e^x-1}$, $\displaystyle \lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+1}{e^x-1}$, $\displaystyle \lim_{x\to +\infty} \frac{\log(1+x^{100})}{x^2+1}$, $\displaystyle \lim_{x\to 1^-} \frac{\log(1-x)}{x}$.