

Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 Prima Prova Intermedia di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
 a.a. 2008-2009 - Rovereto, 17/10/2008

Compito (A)

1) i) sia $A(x,y) =$ "La mattina x prende l'autobus y che viaggia tra Trento e Rovereto."

Allora "Ogni mattina prende almeno un autobus tra Trento e Rovereto" si scrive " $\forall x, \exists y : A(x,y)$ ".

La sua negazione si scrive $\text{non} [\forall x, \exists y : A(x,y)] \Leftrightarrow$
 $"\exists x : \forall y, [\text{non } A(x,y)]"$. □

ii) a) (F) perché per $y=0$ non è definito $\frac{x}{y}$ (altro controesempio: se $x=\sqrt{2}$
 $y=1, \frac{x}{y} \notin \mathbb{Q}$)

b) (V) basta prendere, per esempio, $(x,y) = (-1,0)$;
 (comunque, $x^2 - 2x + y^2 = 3 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 4$ che è
 l'eq. della circonferenza di centro $C=(1,0)$ e raggio 2;
 quindi ogni punto su tale circonferenza va bene). ■

$$2) A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x^2 + 3x \leq 4\} = \{x \in \mathbb{R} : \begin{matrix} x^2 + 3x + 2 > 0 \\ x^2 + 3x - 4 \leq 0 \end{matrix}\}.$$

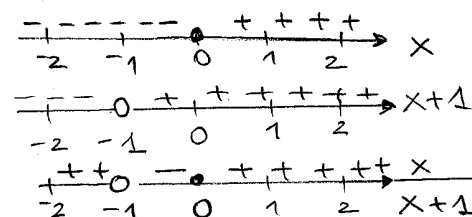
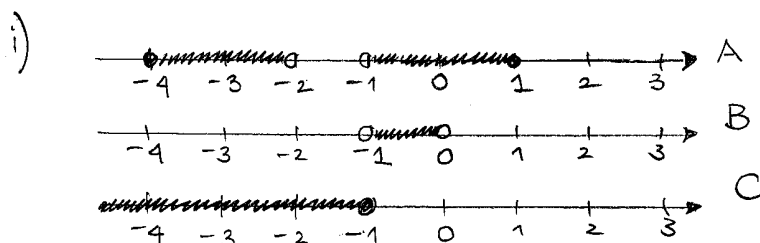
Ora, $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ o } x = -1$
 e quindi $x^2 + 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[$;
 inoltre $x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ o } x = 1$
 e quindi $x^2 + 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-4, 1]$.

Perché $A = (]-\infty, -2[\cup]-1, +\infty[) \cap [-4, 1]$ mi ha

$$A = \underline{\underline{[-4, -2[\cup]-1, 1]}}.$$

Notando che $B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+1} > x\} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - x^2 - x}{x+1} > 0\}$

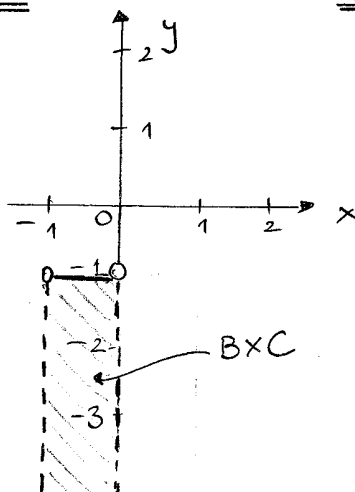
$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x}{x+1} < 0 \right\} = \underline{\underline{]-1, 0[}}$$



ii) B, C sono intervalli di $\mathbb{R}$; A non è un intervallo di $\mathbb{R}$

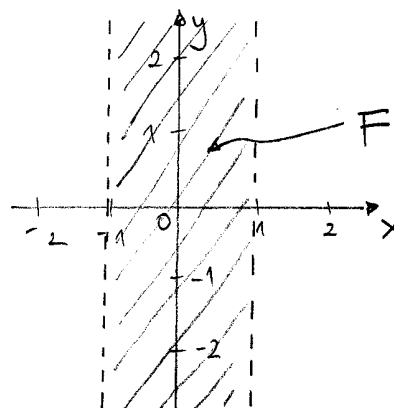
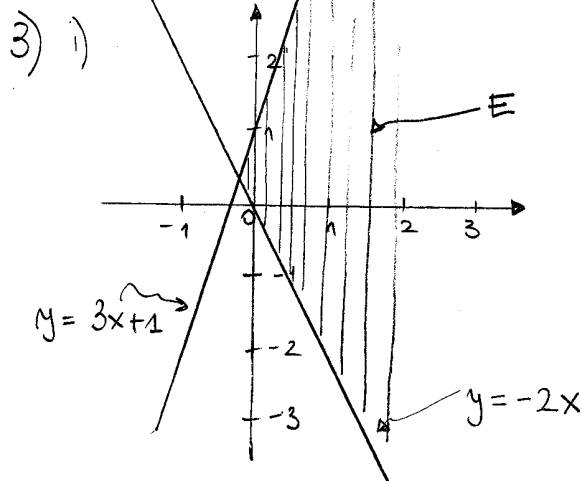
Poiché $B \cap C = \emptyset$, si ha che B e C sono disgiunti

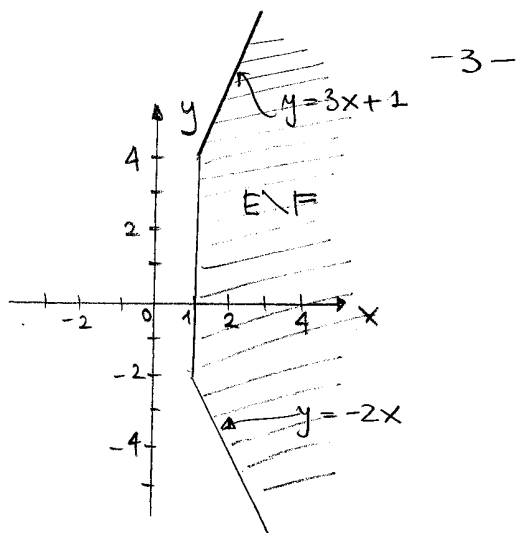
iii) $A \cap B = \underline{\underline{]-1, 0[}}$, $B \cup C = \underline{\underline{]-\infty, 0[}}$



iv) $]-1, 0[\in A$ (V), $]-\frac{1}{2}, 0[\in \mathcal{P}(B)$ (V)

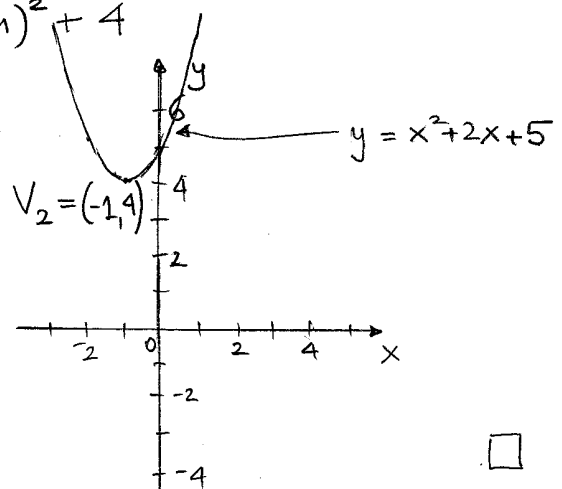
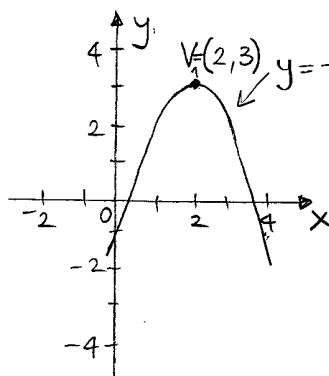
$-1 \in \mathbb{R} \setminus C$ (F) poiché $-1 \in C$.





- ii) Le rette verticali contenute in F hanno equazioni
 $x = k$ al variare di $k \in]-1, 1[$.

4) i) $-x^2 + 4x - 1 = y \iff y = -(x-2)^2 + 3$
 $y = x^2 + 2x + 5 \iff y = (x+1)^2 + 4$

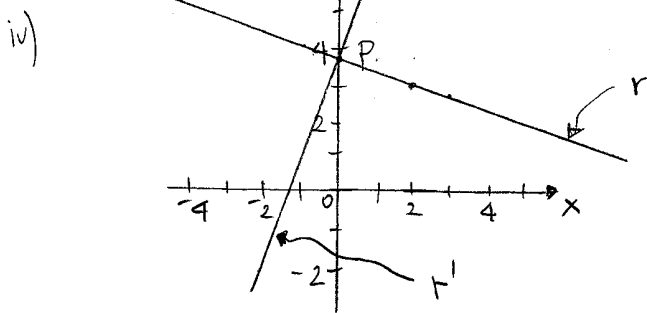


ii) $d(V_1, V_2) = \sqrt{(2+1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{9+1} = \underline{\underline{\sqrt{10}}}$.

$r: \frac{y-3}{4-3} = \frac{x-2}{-1-2} \iff y-3 = -\frac{1}{3}(x-2)$
 $\iff \underline{\underline{y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}}}$

- iii) r' : P ha coordinate $(0, \frac{11}{3})$ e quindi l'eq. della retta r' diventa

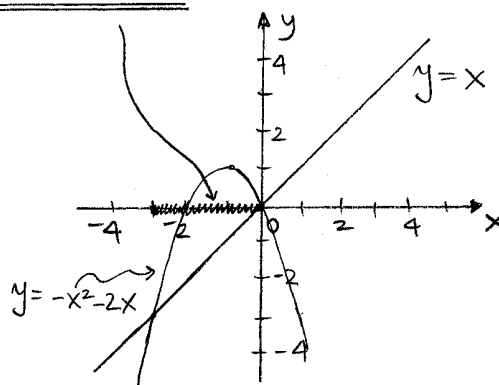
$y = 3(x-0) + \frac{11}{3} \Rightarrow \underline{\underline{y = 3x + \frac{11}{3}}}$



$$5) -x^2 - 2x \geq x \Leftrightarrow x^2 + 3x \leq 0 \Leftrightarrow x(x+3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \underline{S = [-3, 0]}$$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x \\ &= -(x^2 + 2x) \\ &= -(x+1)^2 + 1 \end{aligned}$$



$$x^2 - 2x = -x^2 + k \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - k = 0$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8k}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1+2k}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1+2k}}{2}$$

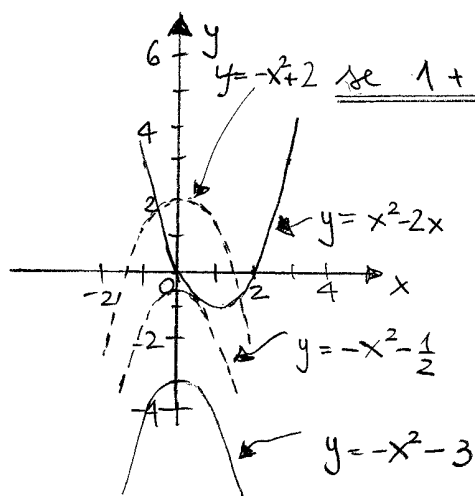
Allora, se $1+2k < 0$, ossia $k < -\frac{1}{2}$, ~~∃~~ soluzione dell'eq.

(geom. significa che la parabola $y = x^2 - 2x$ non interseca la parabola $y = -x^2 + k$);

se $1+2k = 0$, ossia $k = -\frac{1}{2}$, ~~∃!~~ soluzione dell'eq.

$$\text{e mi ha } \underline{x = \frac{1}{2}}$$

(geom. significa che le due parabole si toccano in un pt. avente coord. $x = \frac{1}{2}$);



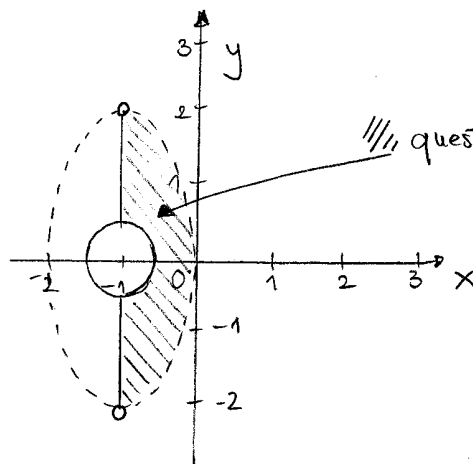
se $1+2k > 0$, ossia $k > -\frac{1}{2}$, ~~∃~~ due soluzioni dell'eq.

$$\text{data e mi ha } x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+2k}}{2}$$

(geom. significa che le due parabole si intersecano in due pt. P_1 e P_2 aventi le coordinate $x_1 = \frac{1 - \sqrt{1+2k}}{2}$, e $x_2 = \frac{1 + \sqrt{1+2k}}{2}$ n.s.p.).

$$6) \begin{cases} 4x^2 + 8x + y^2 < 0 \\ (x+1)^2 + y^2 \geq \frac{1}{4} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x^2 + 2x) + y^2 < 0 \\ \dots \\ \dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1)^2 + y^2 < 4 \\ \dots \\ \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + \frac{y^2}{4} < 1 \\ (x+1)^2 + y^2 \geq \frac{1}{4} \\ x \geq -1 \end{cases}$$



/// questo è l'insieme dei pt. $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il sistema assegnato.

Compto (B)

1) i) Sia $A(x, y) =$ "La città d'Italia x ha il parcheggio y gratuito".

Allora "Almeno una città d'Italia ha tutti i parcheggi gratuiti"

riscrive " $\exists x : \forall y, A(x, y)$ ".

La sua negazione riscrive non $[\exists x : \forall y, A(x, y)] \Leftrightarrow$

" $\forall x, \exists y : [\text{non } A(x, y)]$ ".



ii) a) (F) perché per $y=0$ non è definito $\frac{x+1}{y}$ (altro controesempio: se $x=\sqrt{2}$, $y=1$, $\frac{x+1}{y} \notin \mathbb{Q}$)

b) (V) basta prendere, per esempio, $(x, y) = (2, 0)$;

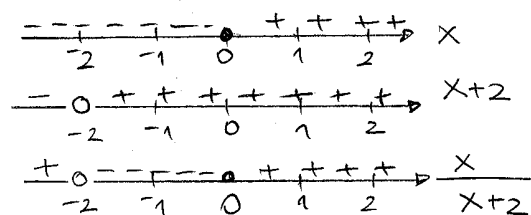
(comunque, $x^2 + 2x + y^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = 9$ che è l'eq.

della circonferenza di centro $C=(-1, 0)$ e raggio 3; quindi ogni pt. su tale circonferenza va bene).



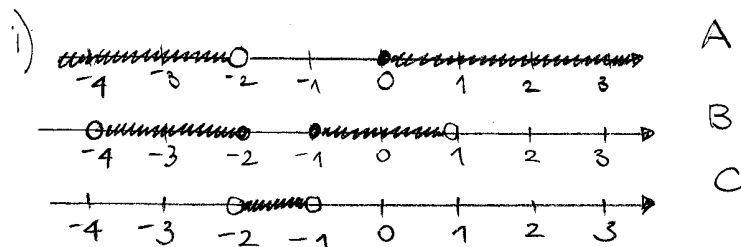
$$2) A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+2} \leq x\} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - x^2 - 2x}{x+2} \leq 0\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} : \frac{2x}{x+2} \geq 0\} = \underline{\underline{]-\infty, -2[\cup [0, +\infty[}}$$



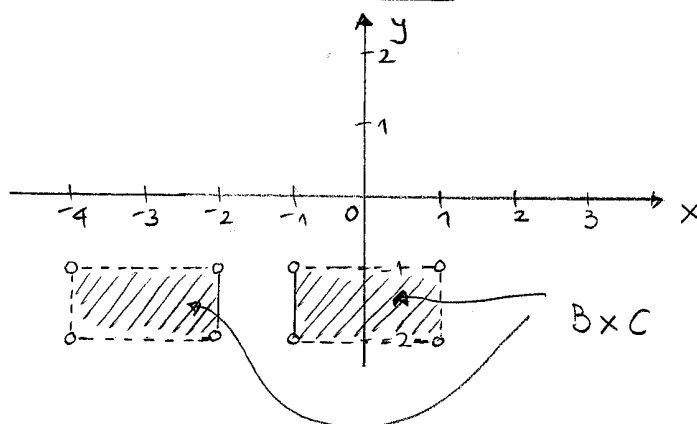
$$B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x^2 + 3x < 4\} = \underline{\underline{]-4, -2] \cup [-1, 1[}}$$

(vedi procedimento Computo A)
Es. 2)



ii) Solo C è un intervallo di $\mathbb{R}$. $B \cap C = \emptyset$ e quindi B e C sono disgiunti.

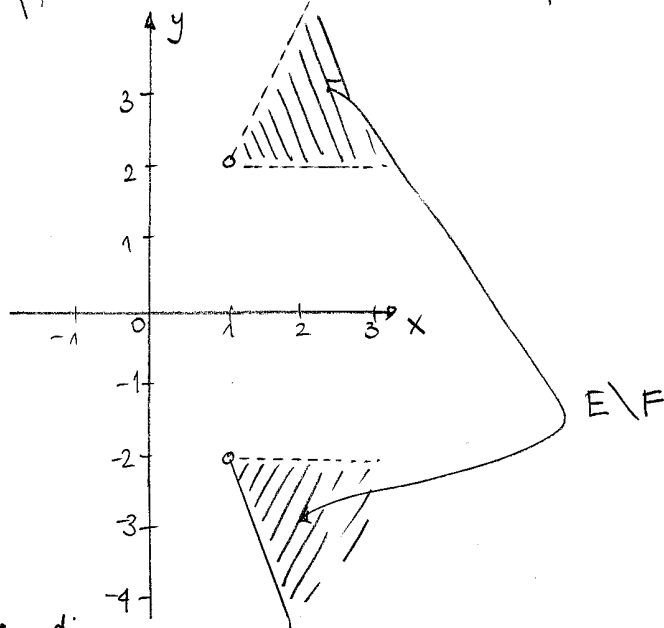
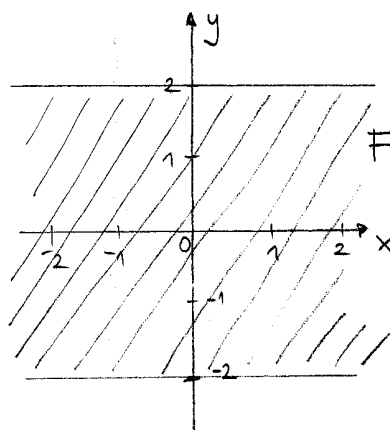
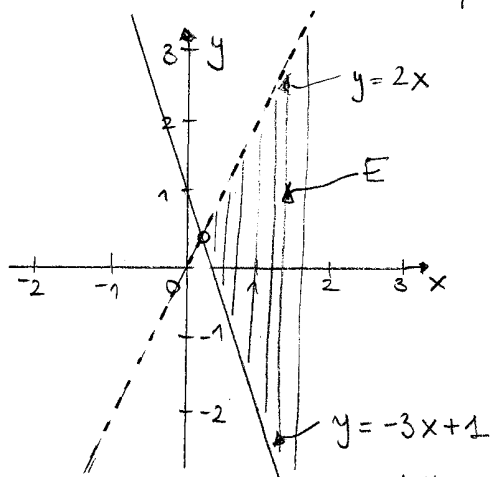
$$iii) A \cap B = \underline{\underline{]-4, -2[\cup [0, 1[}}, \quad B \cup C = \underline{\underline{]-4, 1[}}$$



iv) $]-1, 0] \subseteq B$ (V); $\{-2, -1\} \in \mathcal{P}(B)$ (V)
 $-2 \in A$ (F).

-7-

3) i)



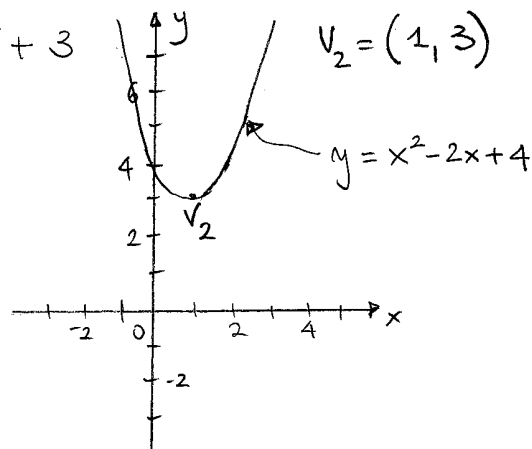
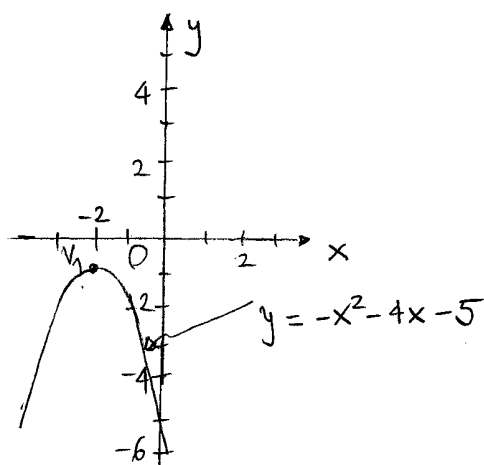
ii) $y = k$ al valore di $k \in [-2, 2]$.



$$4) \begin{aligned} y &= -x^2 - 4x - 5 \iff y = -(x+2)^2 - 1 \\ y &= x^2 - 2x + 4 \iff y = (x-1)^2 + 3 \end{aligned}$$

$$V_1 = (-2, -1)$$

$$V_2 = (1, 3)$$



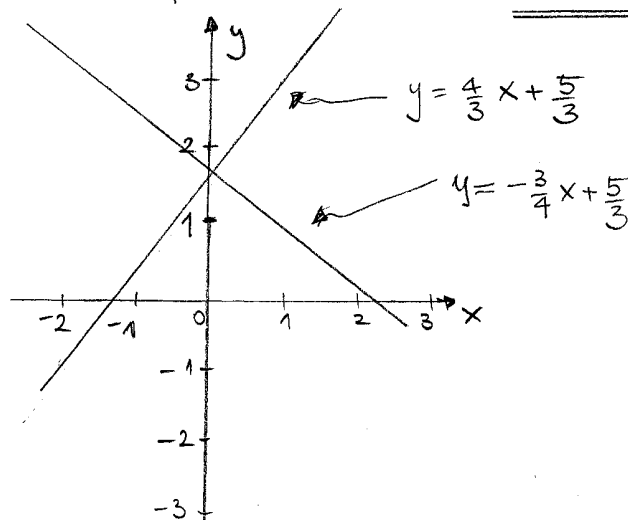
$$ii) d(V_1, V_2) = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{9+16} = \underline{\underline{5}}$$

$$r: \frac{y+1}{3+1} = \frac{x+2}{1+2} \Leftrightarrow y+1 = \frac{4}{3}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}}}$$

iii) r' : P ha coordinate $(0, \frac{5}{3})$ e quindi l'eq. della retta r' □

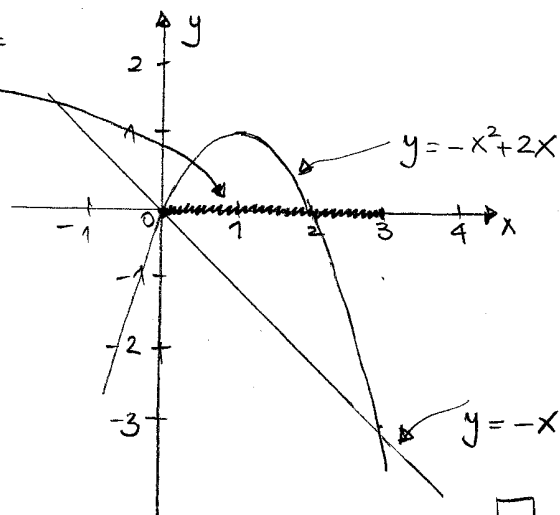
diventa $y = -\frac{3}{4}(x-0) + \frac{5}{3} \Rightarrow \underline{\underline{y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{3}}}$ □



$$5) -x^2 + 2x \geq -x \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow x(x-3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S = [0, 3]}}$$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x \\ &= -(x^2 - 2x) \\ &= -(x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$



$$x^2 - 2x + 3 = -x^2 + k \quad \text{al variare di } k \in \mathbb{R}, \quad \square$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + (3-k) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8(3-k)}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{8k - 20}}{4}$$

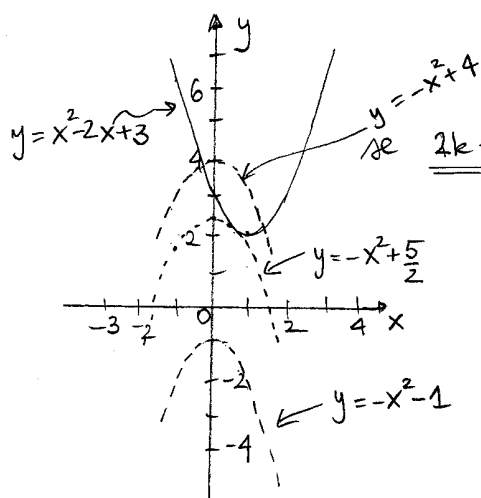
$$x_{1/2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2k-5}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{2k-5}}{2}$$

Allora, se $\underline{2k-5 < 0}$, ossia $k < \frac{5}{2}$, $\nexists$ soluzioni dell'eq.

(geom. significa, che la parabola $y = x^2 - 2x + 3$ non interseca la parabola $y = -x^2 + k$);

se $\underline{2k-5=0}$, ossia $k = \frac{5}{2}$, $\exists!$ soluzione dell'eq.
e mi ha $\underline{x = \frac{1}{2}}$.

(geom. significa che le due parabole si toccano in un pt. avente come coordinate $x = \frac{1}{2}$);



se $\underline{2k-5 > 0}$, ossia $k > \frac{5}{2}$, $\exists$ due soluzioni dell'eq.

dato e mi ha $x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{2k-5}}{2}$

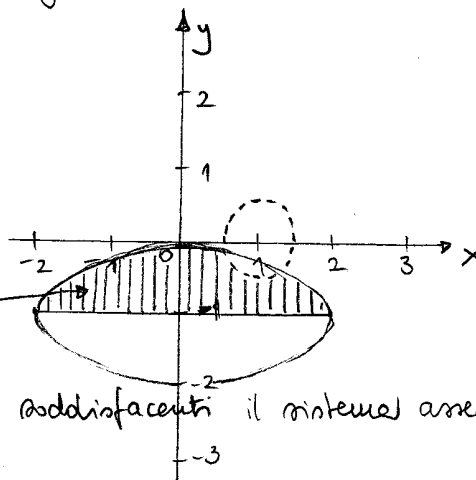
(geom. significa che le due parabole si intersecano in due punti P_1 e P_2 aventi le coordinate

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{2k-5}}{2}, \text{ e } x_2 = \frac{1 + \sqrt{2k-5}}{2}, \text{ risp.})$$

$$6) \begin{cases} x^2 + 4y^2 + 8y \leq 0 \\ (x-1)^2 + y^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4(y^2 + 2y) \leq 0 \\ (x-1)^2 + y^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{4} + (y+1)^2 \leq 1 \\ (x-1)^2 + y^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1 \end{cases}$$



/// è l'unione
dei pt. $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il sistema assegnato.

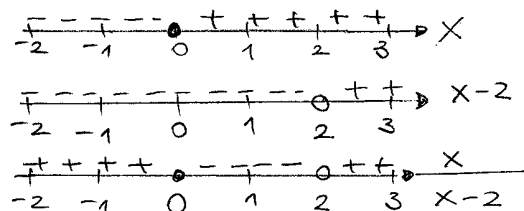
Compito C

- 1) i) Sia $A(x,y) =$ "La settimana x dell'anno vado a sciare il giorno y ".
 Allora "Almeno una settimana all'anno vado a sciare tutti i giorni"
 si scrive " $\exists x: \forall y, A(x,y)$ ".

La sua negazione si scrive non $[\exists x: \forall y, A(x,y)] \Leftrightarrow$
 $"\forall x, \exists y: [\text{non } A(x,y)]"$ □

- ii) a) (F) perché per $y = -1$ non è definito $\frac{x}{y+1}$ (ma anche per esempio, se $x = \sqrt{3}, y = 0$ non ha $\frac{x}{y+1} \notin \mathbb{R}$)
 b) (V) basta prendere, per esempio, $(x,y) = (1,0)$,
 (comunque, $x^2 - 4x + 4y^2 = -3 \Leftrightarrow (x-2)^2 + 4y^2 = 1$
 che è l'eq. dell'ellisse di centro $C = (2,0)$ e semiasse
 $a = 1$ e $b = \frac{1}{2}$; quindi ogni punto su tale ellisse
 va bene). ■

$$2) A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x-2} \leq x\} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - x^2 + 2x}{x-2} \leq 0\} = \underline{\underline{[0, 2[}}$$



$$B = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x^2 + 3x \leq 10\} = \{x \in \mathbb{R} : \begin{matrix} x^2 + 3x + 2 > 0, \\ x^2 + 3x - 10 \leq 0 \end{matrix}\}.$$

Ora, $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -1$

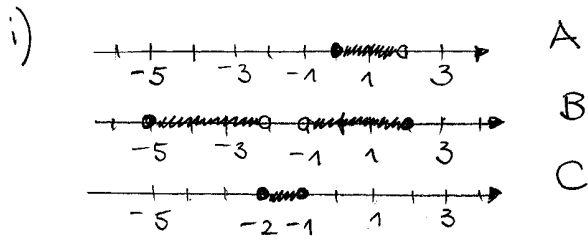
e quindi $x^2 + 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in]-2, -1[\cup]-1, +\infty[;$

inoltre $x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow (x+5)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 2$

e quindi $x^2 + 3x - 10 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-5, 2].$

Perciò $B = (]-2, -1[\cup]-1, +\infty[) \cap [-5, 2]$ mi ha

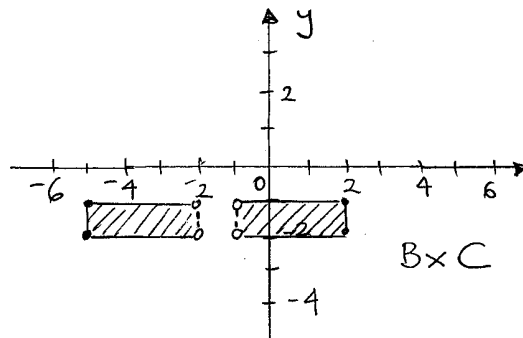
$B = [-5, -2[\cup]-1, 2]$



□

ii) A e C sono intervalli, B non è un intervallo. $B \cap C = \emptyset$, quindi B e C sono disgiunti. □

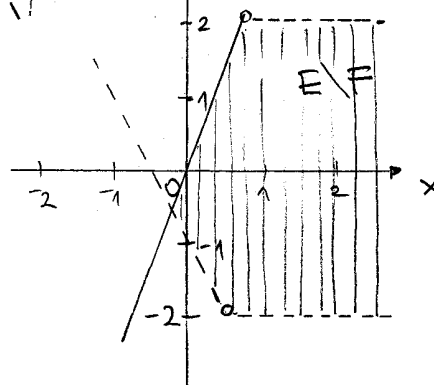
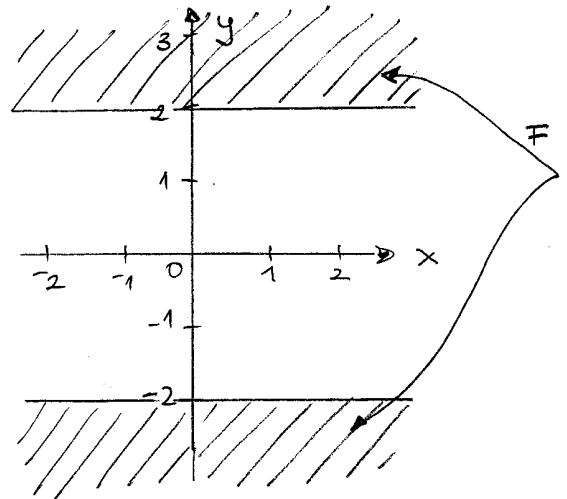
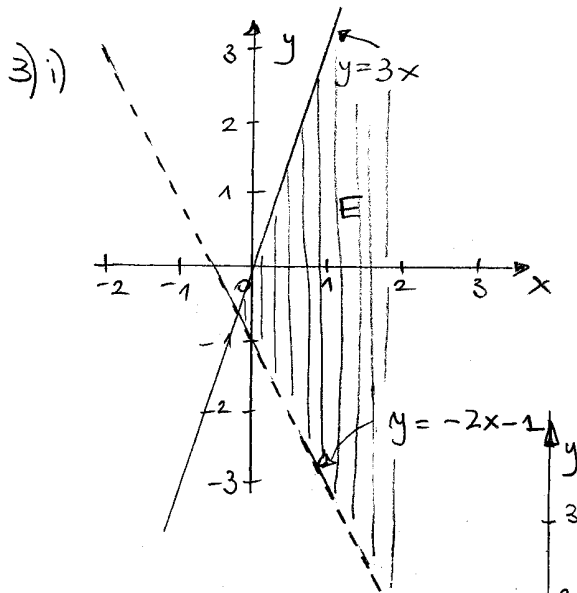
iii) $A \cap B = \underline{[0, 2[} = A$, $B \cup C = \underline{[-5, 2]}$.



□

iv) $] -1, 0[\in \mathcal{P}(A)$ (V), $\{-5, 2\} \in \mathcal{P}(B)$ (V)

$-2 \in C$ (F) (è sbagliato il modo di scrivere; ridovrebbe scrivere $-2 \in C$ oppure $\{-2\} \in C$)



ii) $y = k$ con $k \in \mathbb{R} \setminus [-2, 2]$

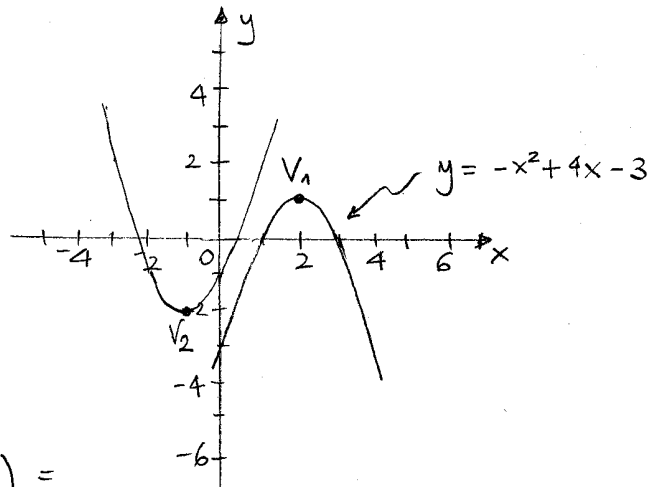
■

$$4) i) \quad y = -x^2 + 4x - 3 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 + 1$$

$$y = x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow y = (x+1)^2 - 2$$

$$V_1 = (2, 1)$$

$$V_2 = (-1, -2)$$



$$ii) \quad d(V_1, V_2) =$$

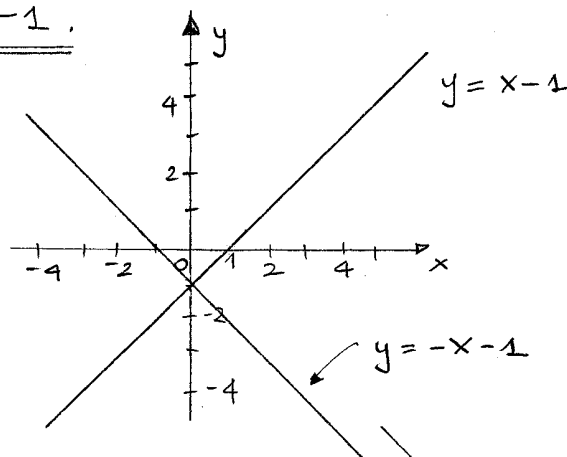
$$= \sqrt{(2+1)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{18} = \underline{\underline{3\sqrt{2}}}$$

$$r: \quad \frac{y-1}{-2-1} = \frac{x-2}{-1-2} \Leftrightarrow \underline{\underline{y = x - 1}}$$

iii) r' : P has coordinates $(0, -1)$ and thus the eq. of the line r' becomes

$$\underline{\underline{y = -x - 1}}$$

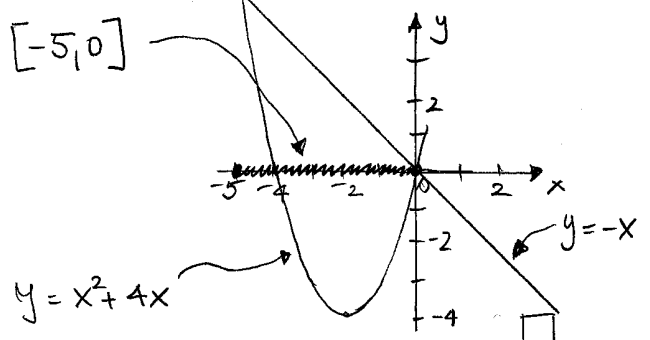
iv)



$$5) \quad x^2 + 4x \leq -x \Leftrightarrow x^2 + 5x \leq 0 \Leftrightarrow x(x+5) \leq 0$$

$$\Rightarrow S = [-5, 0]$$

$$y = x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$$



$$-x^2 + 2x + 1 = x^2 + k \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + (k-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8(k-1)}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3-2k}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3-2k}}{2}$$

Allora, se $3-2k < 0$, ossia $k > \frac{3}{2}$, $\nexists$ soluzioni dell'eq.

(geom. significa che la parabola $y = -x^2 + 2x + 1$ non interseca la parabola $y = x^2 + k$);

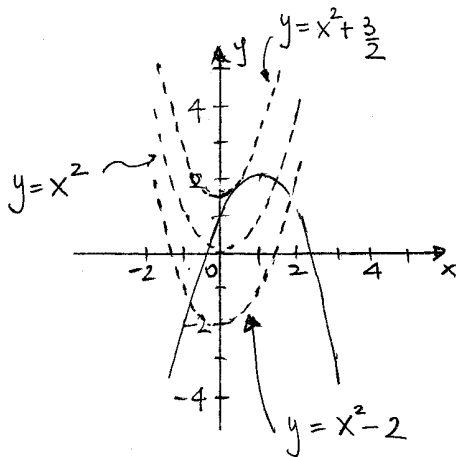
se $3-2k = 0$, ossia $k = \frac{3}{2}$, $\exists!$ soluzioni dell'eq.

e si ha $x = \frac{1}{2}$

(geom. significa che le due parabole si toccano in un pt. avente coordinata $x = \frac{1}{2}$);

se $3-2k > 0$, ossia $k < \frac{3}{2}$, sono due soluzioni dell'eq.

dato e si ha $x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{3-2k}}{2}$



(geom. significa che le due parabole si intersecano in due pt. P_1 e P_2 aventi le coordinate

$x_1 = \frac{1 - \sqrt{3-2k}}{2}$, e $x_2 = \frac{1 + \sqrt{3-2k}}{2}$, n.s.p.)

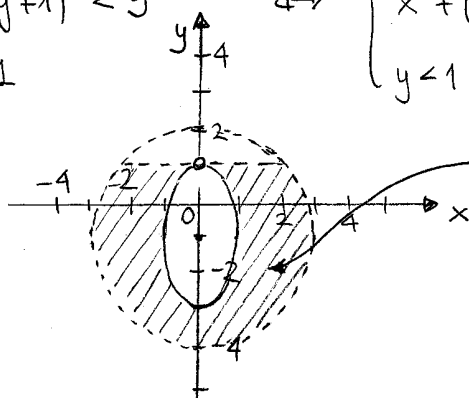
$$y = -x^2 + 2x + 1$$

$$= -(x^2 - 2x) + 1$$

$$= -(x-1)^2 + 2$$

$$6) \begin{cases} 4x^2 + y^2 + 2y - 3 \geq 0 \\ x^2 + (y+1)^2 < 9 \\ y < 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + (y+1)^2 \geq 4 \\ x^2 + (y+1)^2 < 9 \\ y < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \left(\frac{y+1}{2}\right)^2 \geq 1 \\ x^2 + (y+1)^2 < 9 \\ y < 1 \end{cases}$$



questo è l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il sistema assegnato.

Compito (D)

1) i) Sia $A(x,y) =$ "L'anno x visita la città d'arte d'Italia y ".

Allora "Tutti gli anni visita almeno una città d'arte d'Italia" si scrive

" $\forall x, \exists y: A(x,y)$ ". La sua negazione si scrive $\neg[\forall x, \exists y: A(x,y)]$

$\Leftrightarrow \exists x: \forall y, [\neg A(x,y)]$.

□

ii) a) (F) perché per $x=0$ non è definito $\frac{y}{x}$ (ma anche se, per esempio, $y=\sqrt{3}$ e $x=1$ $\frac{y}{x} \notin \mathbb{Q}$).

b) (V) basta prendere, per esempio, $(x,y) = (0,0)$;

(comunque, $x^2 - x + y^2 < \frac{3}{4} \Leftrightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 < 1$ che è

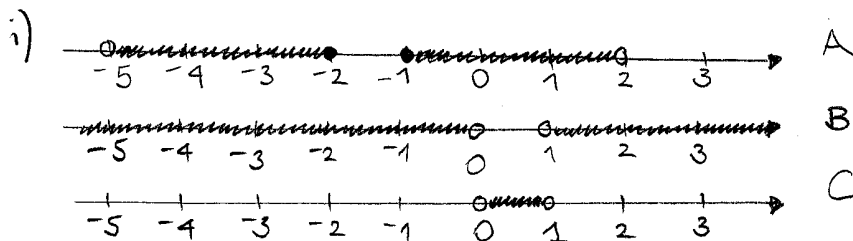
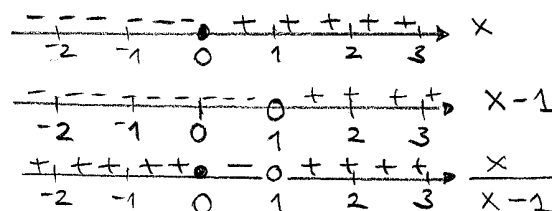
l'interno della circonferenza di centro $C = (\frac{1}{2}, 0)$ e raggio 1;

quindi ogni punto all'interno di tale circonferenza va bene). ■

2) $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x^2 + 3x < 10\} = \underline{\underline{]-5, -2] \cup [-1, 2[}}$

(basta procedere analogamente all'es. 2, Compito (C) per la determinazione di B).

$B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x-1} > x\} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - x^2 + x}{x-1} > 0\} = \underline{\underline{]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[}}$

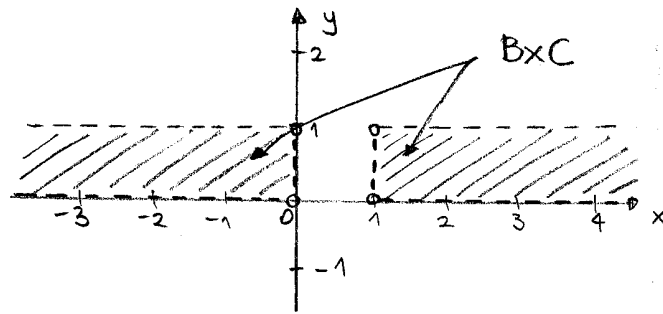


□

ii) Solo C è un intervallo di $\mathbb{R}$. Poiché $B \cap C = \emptyset$, B e C sono due insiemi disgiunti.

□

iii) $A \cap B = \underline{\underline{]-5, -2] \cup [-1, 2[}}$, $B \cup C = \underline{\underline{\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}}}$

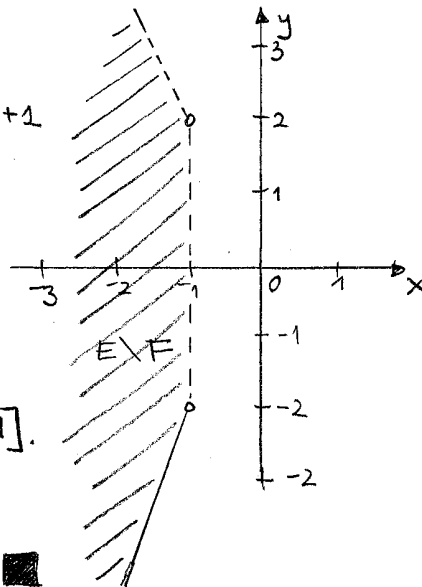
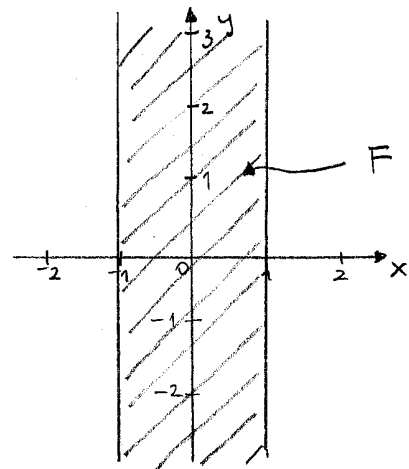
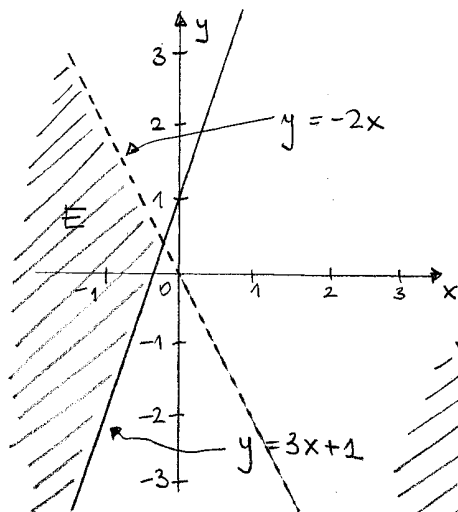


iv) $[-1, 0] \subseteq A$ (V); $\{-1, 2\} \in \mathcal{P}(B)$ (V)

$2 \subseteq B$ (F) (non è corretta la scrittura; si dovrebbe scrivere $2 \in B$ oppure $\{2\} \subseteq B$).



3) i)



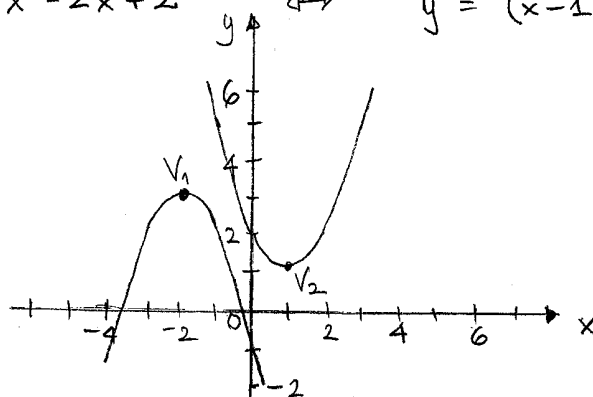
ii) $x = k$ con $k \in [-1, 1]$.



4) i) $y = -x^2 - 4x - 1 \iff y = -(x+2)^2 + 3$
 $y = x^2 - 2x + 2 \iff y = (x-1)^2 + 1$

$V_1 = (-2, 3)$

$V_2 = (1, 1)$



$$ii) d(V_1, V_2) = \sqrt{(-2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{9+4} = \underline{\underline{\sqrt{13}}}$$

$$r: \frac{y-3}{1-3} = \frac{x+2}{1+2} \Leftrightarrow y-3 = -\frac{2}{3}(x+2)$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}}$$

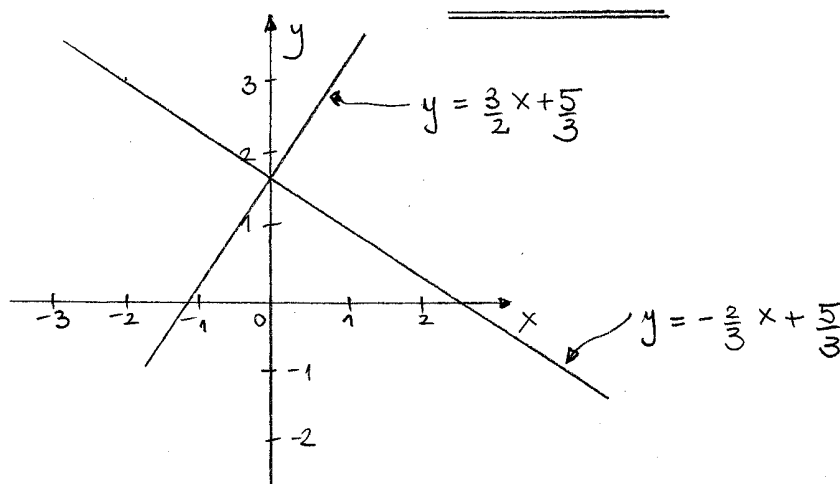
□

iii) r' : P ha coordinate $(0, \frac{5}{3})$ e quindi l'eq. della retta r' diventa

$$y = \frac{3}{2}(x-0) + \frac{5}{3} \Rightarrow \underline{\underline{y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{3}}}$$

□

iv)



■

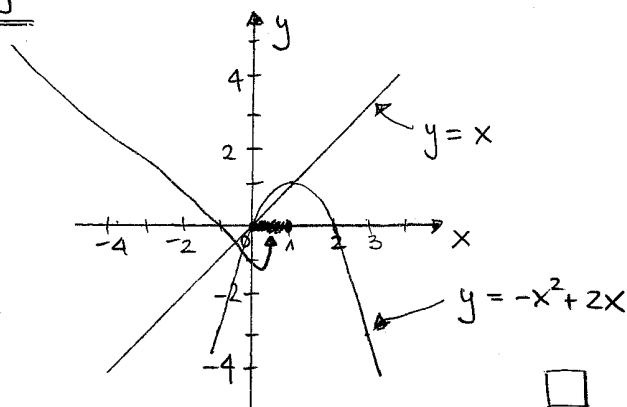
$$5) -x^2 + 2x \geq x \Leftrightarrow x^2 - x \leq 0 \Leftrightarrow x(x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S = [0, 1]}}$$

$$y = -x^2 + 2x$$

$$= -(x^2 - 2x)$$

$$= -(x-1)^2 + 1$$



□

$$x^2 + 4x = -3x^2 + k \Leftrightarrow 4x^2 + 4x - k = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 16k}}{8} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{1+k}}{8}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1+k}}{2}$$

Allora, se $1+k < 0$, ossia $k < -1$, $\nexists$ soluzioni dell'eq.

(geom. significa che la parabola $y = x^2 + 4x$ non interseca la parabola $y = -3x^2 + k$);

se $1+k = 0$, ossia $k = -1$, $\exists!$ soluzioni dell'eq. e si ha $x = -\frac{1}{2}$

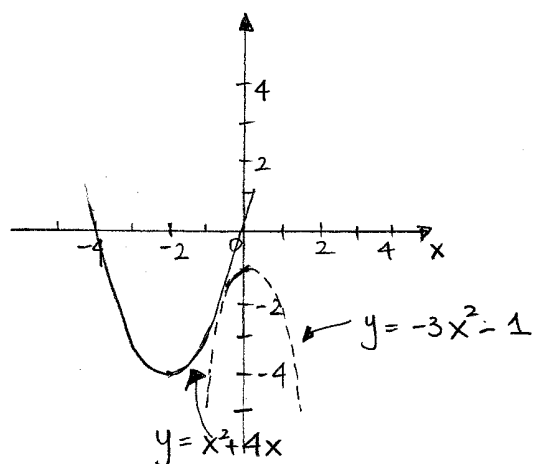
(geom. significa che le due parabole si toccano in un pt. avente coord. $x = -\frac{1}{2}$);

se $1+k > 0$, ossia $k > -1$, $\exists$ due soluzioni dell'eq.

dato e si ha $x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+k}}{2}$

(geom. significa che le due parabole si intersecano in due pt. P_1 e P_2 aventi le coordinate

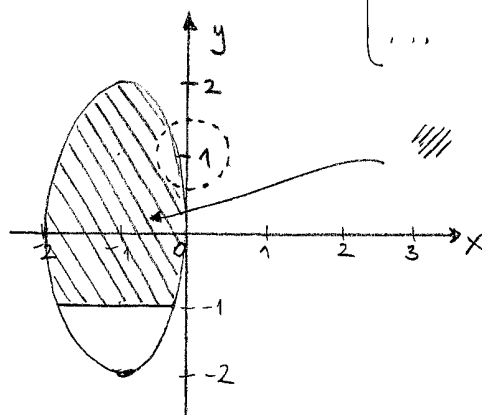
$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+k}}{2}$ e $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1+k}}{2}$, rispettiv.)



$$6) \begin{cases} 4x^2 + 8x + y^2 \leq 0 \\ x^2 + (y-1)^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x^2 + 2x) + y^2 \leq 0 \\ x^2 + (y-1)^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1)^2 + y^2 \leq 4 \\ \dots \\ \dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \\ \dots \\ \dots \end{cases}$$



/// questo è l'insieme dei pt. $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il sistema anegguato.