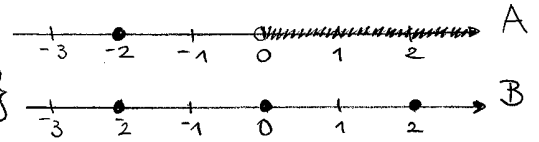


Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 Verifica settimanale di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
 a. a. 2008-2009 - Rovereto, 29/09 - 3/10/08

1) i) $A =]0, +\infty[\cup \{-2\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} : (x^2 - 2x)(x^2 - 4) = 0\} = \{-2, 0, 2\}$



$A \cup B = A$ (F) perché $0 \in A \cup B$, ma $0 \notin A$.

$A \cap B = \{-2, 2\}$ (V)

$B \subseteq A$ (F) poiché $0 \in B$, ma $0 \notin A$.

$0 \in A$ (F)

$\{-2, 2\} \subseteq B$ (V) poiché ogni elemento di $\{-2, 2\}$ è anche un elemento di B.

$\{0\} \in B$ (F) : in realtà $\{0\} \subseteq B$ oppure $0 \in B$.

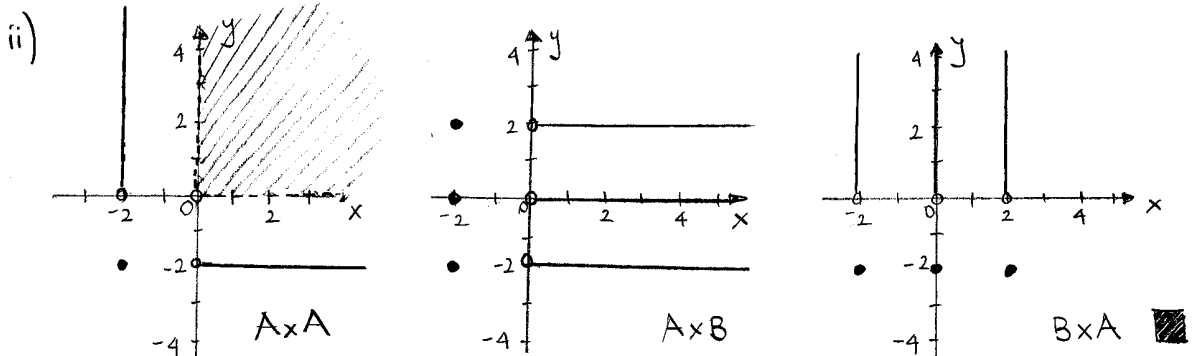
$2 \in B$ (V)

$[1, 2] \in \mathcal{P}(A)$ (V) poiché $\mathcal{P}(A)$ contiene tutti i sottoinsiemi di A e $[1, 2] \subset A$.

$\{\{-2\}, \emptyset\} \subset \mathcal{P}(B)$ (V)

$[-3, 0] \subseteq \mathbb{R} \setminus A$ (F) : $\mathbb{R} \setminus A =]-\infty, -2[\cup]-2, 0]$ e quindi $[-3, 0] \not\subseteq \mathbb{R} \setminus A$, poiché $-2 \in [-3, 0]$.

$B \setminus A = \{0\}$ (V).



$$2) i) A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{4x - 2x^2}{x^2 + 1} \geq -2\} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{4x - 2x^2 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1} \geq 0\} = \underline{\underline{[-\frac{1}{2}, +\infty[}}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 4x < 3x + 2\} = \{x \in \mathbb{R} : x < 2\} = \underline{\underline{]-\infty, 2[}}.$$



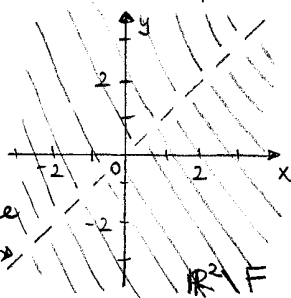
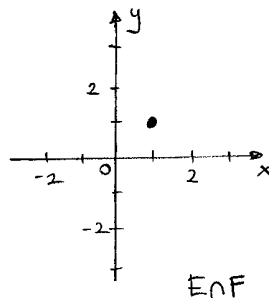
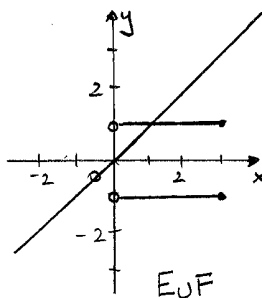
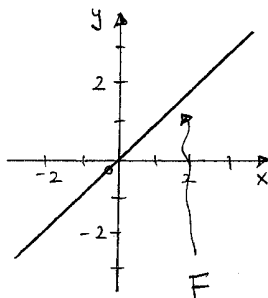
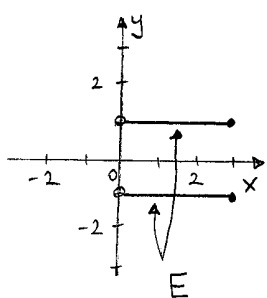
$$ii) A \cup B = \mathbb{R} \text{ (intervallo!)} \quad A \cap B = [-\frac{1}{2}, 2[\text{ intervallo di } \mathbb{R}!$$

$$A \setminus B = [2, +\infty[\text{ intervallo di } \mathbb{R}!$$



$$3) i) E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = 1, 0 < x \leq 3\} = \{(x, -1) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 3\} \cup \{(x, 1) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 3\}.$$

$$F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x\}.$$



la retta di equazione
 $y=x$ manca!



$$ii) (1, -2) \in \mathbb{R}^2 \setminus F \text{ (V)}; \quad (-1, -1) \in F \text{ (V)}; \quad \{(-2, y) : y \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2 \setminus E \text{ (V)};$$

$$(1, -1) \in E \cap F \text{ (F)} \text{ (è vero che } (1, 1) \in E \cap F).$$



$$4) A \cap B = \{3\}, \quad A \setminus B = \{4, 5, 6\}.$$

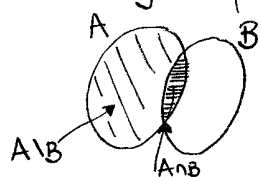
i) $\exists x \in B : x \neq 3$: questa affermazione non è sempre vera, perché

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{3\}$ soddisfanno le ipotesi, ma

$\nexists x \in B$ con $x \neq 3$.



ii) $A = \{n \in \mathbb{N} : 3 \leq n \leq 6\}$: questa affermazione è sempre vera, perché



$$(A \setminus B) \cup (A \cap B) = A.$$



iii) $A \neq B$: questa affermazione è sempre vera ; perché se fosse $A = B$ allora $A \setminus B = \emptyset$.

- iv) $B = \{3\}$: questa affermazione non è sempre vera; infatti se prendiamo $A = \{3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{3, 7, 8\}$ (per esempio) allora si ha ancora $A \cap B = \{3\}$ e $A \setminus B = \{4, 5, 6\}$, ma $B \neq \{3\}$. ■

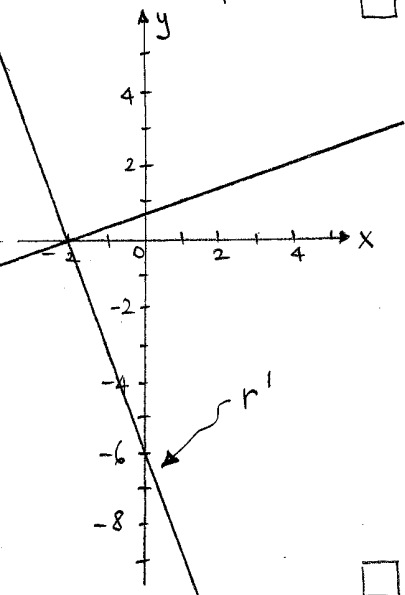
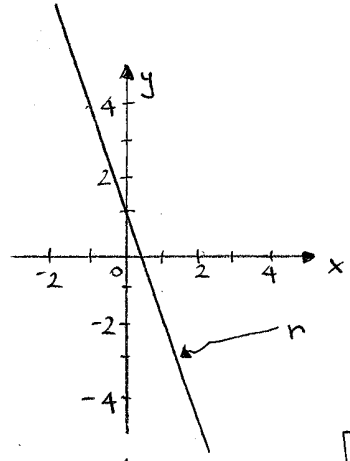
5) i) $r: 3x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow \underline{y = -3x + 1}$.

- ii) $r' \parallel r$: $y = -3x + q$ con q da determinare t.c. r' passi per il pt. P .

$$-3 = 3 + q \Rightarrow q = -6$$

L'eq. della retta r' è quindi $y = -3x - 6$.

r''
(vedi sotto)



- iii) Q il pt. di intersezione di r' con la retta

di eq. $y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -3x - 6 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ e quindi

$$Q = (-2, 0).$$

- $r'' \perp r'$: $y = \frac{1}{3}x + q$ con q da determinare t.c. r'' passi per il punto Q . Si ha $0 = \frac{1}{3}(-2) + q$ ossia $q = \frac{2}{3}$ e quindi l'eq. della retta r'' è $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

Per la rappresentazione grafica vedi sopra. ■