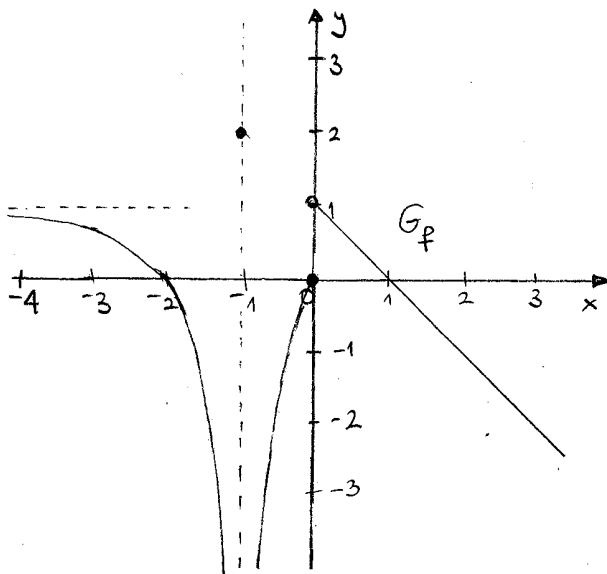


Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive
 CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
 CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
 Verifica settimanale di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
 a.a. 2008-2009 - Rovereto, 3-7/11/08

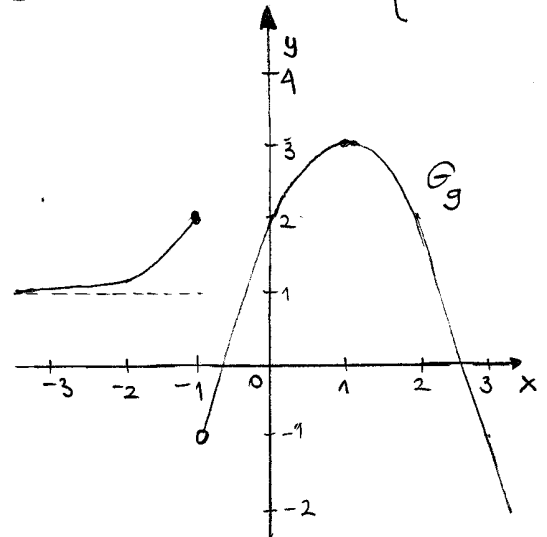
1) i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{(x+1)^2} + 1 & \text{se } x \in]-\infty, 0] \setminus \{-1\} \\ 2 & \text{se } x = -1 \\ -x+1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$



$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

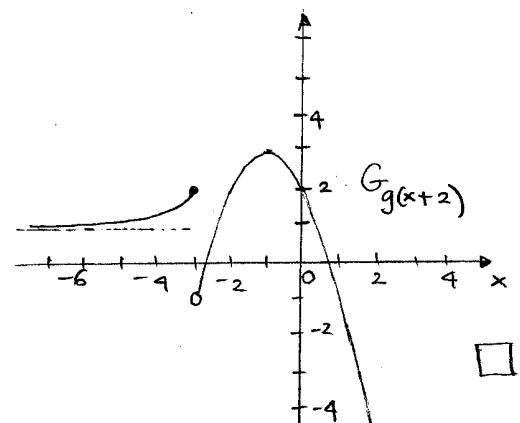
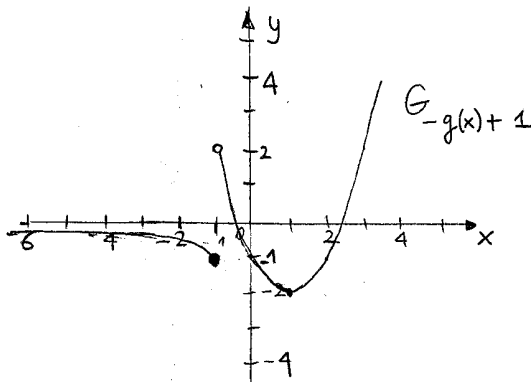
$$g(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^3} & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$



$$y = -x^2 + 2x + 2 = -(x^2 - 2x) + 2 = -(x-1)^2 + 3$$

- ii) se $k \leq 0$, $f(x)=k$ ha 3 soluzioni;
 $0 < k < 1$, $f(x)=k$ ha 2 soluzioni;
 $1 \leq k$, $k \neq 2$, $f(x)=k$ non ha soluzioni;
 $k = 2$, $f(x)=k$ ha una soluzione

iii)

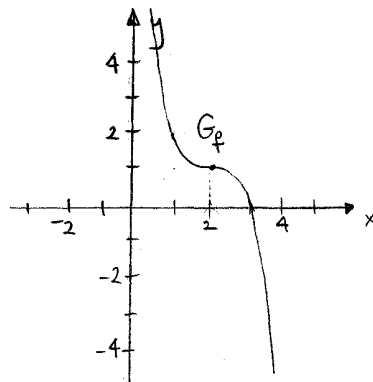


iv) $f(\mathbb{R}) =]-\infty, 1[\cup \{2\}$

$g(\mathbb{R}) =]-\infty, 3]$

2) $f(x) = -(x-2)^3 + 1$

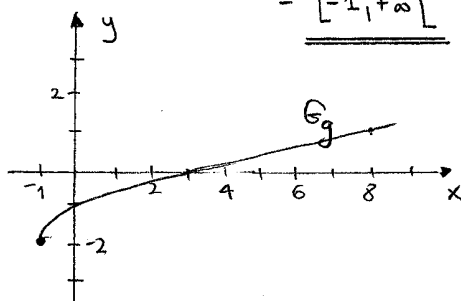
$\text{dom } f = \mathbb{R}$



$g(x) = \sqrt{x+1} - 2$

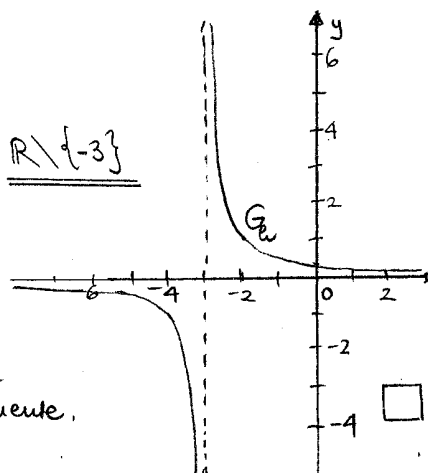
$\text{dom } g = \{x \in \mathbb{R} : x+1 \geq 0\}$

$= [-1, +\infty[$



$h(x) = \frac{1}{x+3}$

$\text{dom } h = \{x \in \mathbb{R} : x+3 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$



ii) $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$; f non è limitata inferiormente e non è limitata superiormente.

$g([-1, +\infty[) = [-2, +\infty[$; g è limitata inferiormente, ma non è limitata superiormente.

$\min_{[0,1]} f = f(1) = \underline{2}$

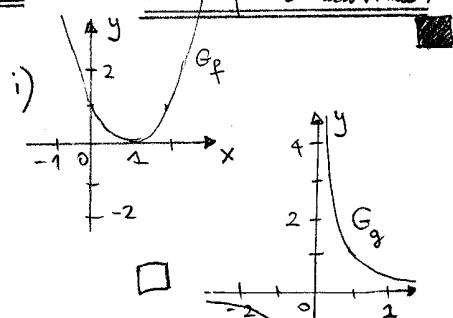
$\max_{[0,1]} f = f(0) = \underline{9}$

$x=1$ pt. di minimo;
 $x=0$ pt. di massimo.

$\min_{[0,1]} g = g(0) = \underline{-1}$

$\max_{[0,1]} g = g(1) = \underline{\sqrt{2} - 2}$

$x=0$ pt. di minimo;
 $x=1$ pt. di massimo.



3)i) $f(x) = (x-1)^2$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty[$

$g(x) = \frac{1}{x}$

$g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$

$g(\mathbb{R} \setminus \{0\}) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

attenzione!
invece
l'ordine
ii) $\leftrightarrow$ iii)

iii) Per poter fare $g \circ f$ dobbiamo considerare come suo dominio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, così $f(\mathbb{R} \setminus \{1\}) =]0, +\infty[\subset \mathbb{R} \setminus \{0\} = \text{dom } g$ e abbiamo

$g \circ f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow]0, +\infty[\subset \mathbb{R}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{(x-1)^2}$

Per poter fare $f \circ g$ dobbiamo considerare come suo dominio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, con $g(\mathbb{R} \setminus \{0\}) = \mathbb{R} \setminus \{0\} \subseteq \mathbb{R} = \text{dom } f$ e abbiamo

$$f \circ g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow [0, +\infty[\subseteq \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2.$$

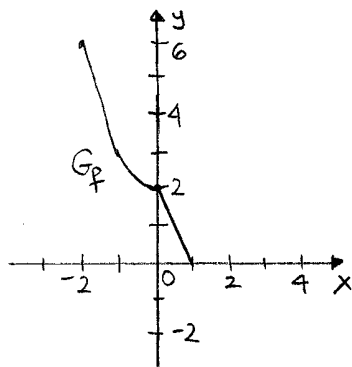
□

ii) $(f-g)(-1) \doteq f(-1) - g(-1) = (-2)^2 - \left(\frac{1}{-1}\right) = 4 + 1 = \underline{5};$

$(fg)(0) \doteq f(0)g(0)$ ^{se $f(0)$ e $g(0)$ hanno senso.} Poiché $g(0)$ non è definito, non ha senso $(fg)(0)$.

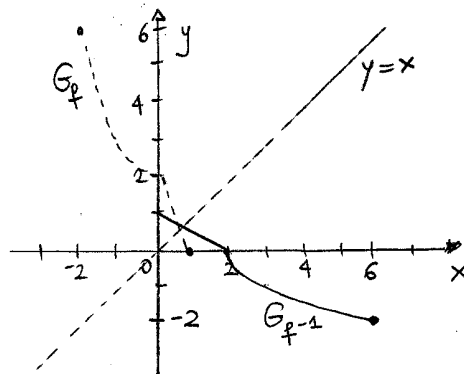
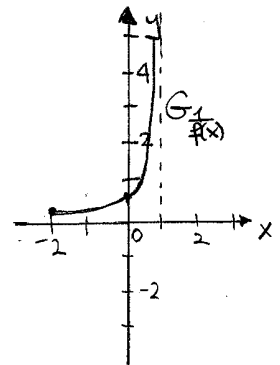
$\left(\frac{g}{f}\right)(1) \doteq \frac{g(1)}{f(1)}$ ^{se $g(1)$ e $f(1)$ hanno senso e $f(1) \neq 0$.} Poiché $f(1) = 0$, non è definito $\frac{g(1)}{f(1)}$ e quindi non ha senso $\left(\frac{g}{f}\right)(1)$. ■

4)



$$f : [-2, 1] \rightarrow [0, 6]$$

$$\frac{1}{f} : [-2, 1[\rightarrow \left[\frac{1}{6}, +\infty\right[$$



5)

