

Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive

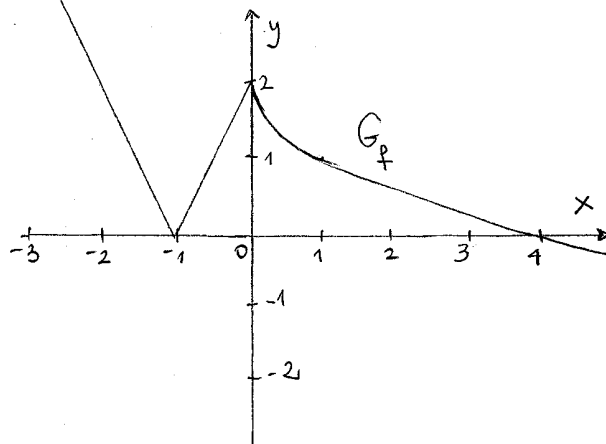
CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione

CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva

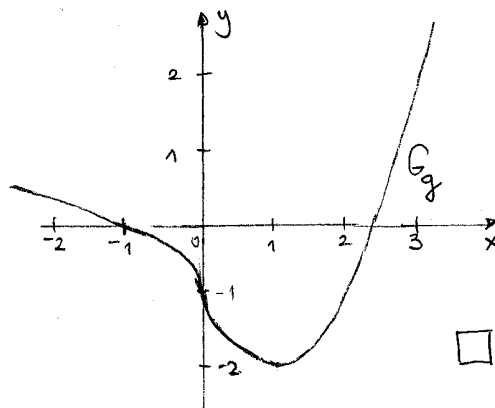
Verifica settimanale di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

a.a. 2008 - 2009 - Rovereto, 10 - 14 Novembre 2008

1) i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} 2|x+1| & \text{se } x < 0 \\ -\sqrt{x} + 2 & \text{se } x \geq 0; \end{cases}$



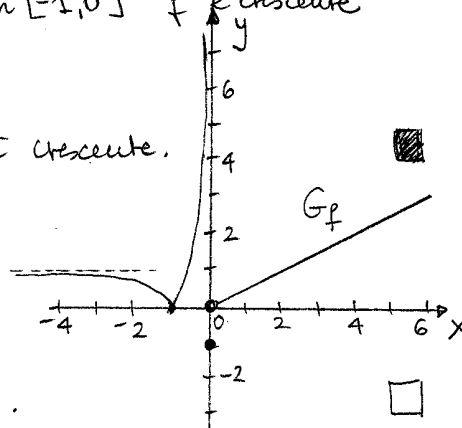
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ (x-1)^2 - 2 & \text{se } x > 1. \end{cases}$



- ii) se $k < 0$, $\exists$ una soluz. dell'eq. $f(x) = k$;
 se $k = 0$, $\exists$ ono due soluz. dell'eq. di $f(x) = k$;
 se $0 < k < 2$, $\exists$ ono tre "
 se $k = 2$, $\exists$ ono due "
 se $k > 2$, $\exists$ una soluzione dell'eq. $f(x) = k$. □

- iii) In $]-\infty, -1]$, f è decrescente; in $[-1, 0]$ f è crescente
 in $[0, +\infty[$ f è decrescente.
 In $]-\infty, 1]$ g è decrescente, in $[1, +\infty[$ g è crescente.

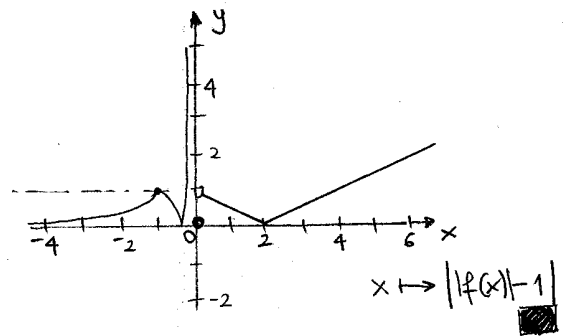
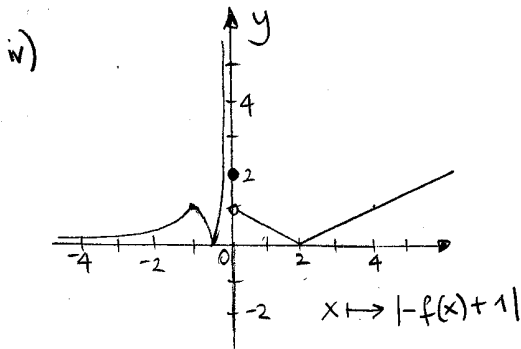
2) i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} |\frac{1}{x} + 1| & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x}{2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$



- ii) Nell'intervallo $]-\infty, -1]$, f è decrescente;
 " $[-1, 0[$, f è crescente;
 " $[0, +\infty[$, f è crescente. □

iii) $\min_{[0,2]} f = f(0) = -1$ $x=0$ pt. di minimo
 di f su $[0,2]$;

$\max_{[0,2]} f = f(2) = 1$
 $x=2$ pt. di massimo
 di f su $[0,2]$; □



$$3) \quad 3|x-2| > 2 \Leftrightarrow |x-2| > \frac{2}{3} \Leftrightarrow (x-2 < -\frac{2}{3} \vee x-2 > \frac{2}{3})$$

$$\Rightarrow S =]-\infty, \frac{4}{3}[\cup]\frac{8}{3}, +\infty[;$$

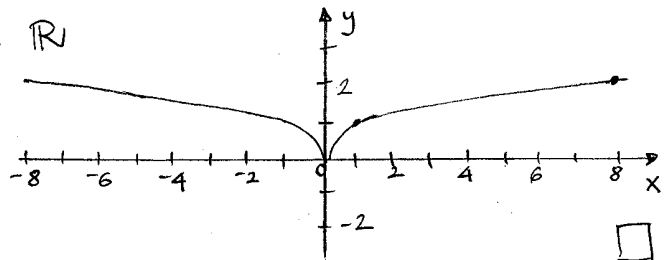
$$|-x| + |x| < 4 \Leftrightarrow 2|x| < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Rightarrow S =]-2, 2[;$$

$$|2x-3| = 3 \Leftrightarrow (2x-3 = -3 \vee 2x-3 = 3) \Rightarrow S = \{0, 3\};$$

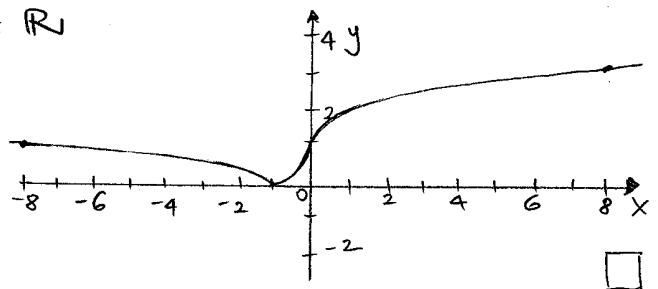
$$|3x-1| \leq 0 \Leftrightarrow 3x-1 = 0 \Rightarrow S = \{\frac{1}{3}\};$$

$$|x^2 - 4x| > 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x \neq 0 \Rightarrow S = \mathbb{R} \setminus \{0, 4\}.$$

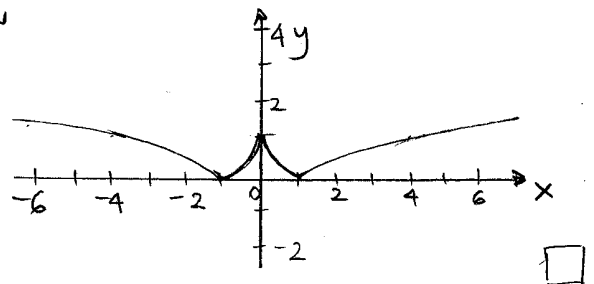
4) $|\sqrt[3]{x}|$: insieme di def. : $\mathbb{R}$



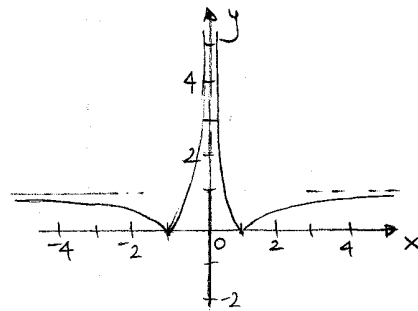
$|\sqrt[3]{x} + 1|$: insieme di def. : $\mathbb{R}$



$|\sqrt[3]{x} - 1|$: insieme di def. : $\mathbb{R}$



$$\left| \frac{1}{x^4} - 1 \right| \quad ; \text{ insieme di def: } \mathbb{R} \setminus \{0\}$$



$$\begin{aligned} 5) i) \quad x^2 - |x| - 2 \geq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \geq 0 \end{cases} \circ \begin{cases} x < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -1 \circ x \geq 2 \end{cases} \circ \begin{cases} x < 0 \\ x \leq -2 \circ x \geq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \underline{x \in]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[}. \quad \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3\left|\frac{x}{3} - 1\right| > 0 \quad &\text{Poiché } x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{e } x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, \\ &\text{e } \left|\frac{x}{3} - 1\right| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{e } \left|\frac{x}{3} - 1\right| = 0 \Leftrightarrow x = 3, \\ &\text{si ha } 2x^2 + 3\left|\frac{x}{3} - 1\right| > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

$$ii) \quad 4^x = 64 \quad \Leftrightarrow \quad 4^x = 4^3 \quad \Rightarrow \quad \underline{S = \{3\}}; \quad \square$$

$$3^x \geq -\frac{1}{9} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{S = \mathbb{R}} \quad \text{poiché } 3^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}. \quad \square$$

$$\begin{aligned} 2^{|x|} \leq 4 \quad &\Leftrightarrow \quad 2^{|x|} \leq 2^2 \quad \Leftrightarrow \quad |x| \leq 2 \Rightarrow \underline{S = [-2, 2]}. \\ &\quad \quad \quad 2^x \text{ è crescente} \quad \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^{x^2-2} \geq 1 \quad &\Leftrightarrow \quad 3^{x^2-2} \geq 3^0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 2 \geq 0 \Rightarrow \\ &\quad \quad \quad 3^x \text{ è crescente} \\ &\quad \quad \quad \underline{S =]-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty[}. \quad \blacksquare \end{aligned}$$