

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA _____

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 8 GIUGNO 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

-
- 1) i) Determinate l'equazione della retta r di pendenza $m = \frac{1}{2}$ e passante per il centro C della circonferenza \mathcal{C} di equazione $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 4 = 0$.
ii) Sia P il punto di intersezione della retta r con l'asse y . Determinate l'equazione della circonferenza $\tilde{\mathcal{C}}$ di centro P e passante per C .
iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il punto S di intersezione della retta r con l'asse x .
iv) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le rette r e r' , e le circonferenze \mathcal{C} e $\tilde{\mathcal{C}}$.
-

- 2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1 & \text{se } x < -2 \\ (x+1)^2 - 1 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ 2\sqrt{x} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{se } x > 1; \end{cases} \quad g(x) = |(x-1)^3 + 1|.$$

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f e g .
ii) Determinate, se esistono, $(f \circ g)(1)$ e $(g \circ f)(1)$, $(f-g)(1)$, $(fg)(-2)$ e $\sqrt{f(-1)}$.
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $h(k) = \text{"numero delle soluzioni dell'equazione } f(x) = k \text{."}$
iv) Dite quali delle seguenti proposizioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta!!)
a) $\forall M > 0, \exists x \in \mathbb{R} : f(x) < M$;
b) $\forall x \in \mathbb{R}, x \cdot f(x) \geq 0$;
c) g è limitata inferiormente su \mathbb{R} .
-

3) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$|x^2 - 2| + x > 0; \quad \log_{\frac{1}{2}} |x + 2| < 0; \quad \frac{7x}{x^2 + 3} \geq 2.$$

ii) Per ogni $n \in \mathbb{N}$, calcolate $\int_0^1 \sqrt[n]{x} dx$. Verificate se $\sum_{n=1}^5 \int_0^1 \sqrt[n]{x} dx$ è maggiore di $\frac{7}{2}$.

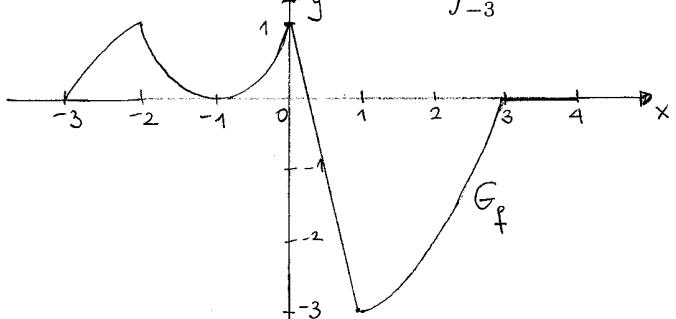
4) Sia $f : [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Rappresentate, nel suo insieme di definizione, la funzione definita da $x \mapsto -\frac{1}{2}f(x+1)$.

ii) Rappresentate il segno della derivata $f'(x)$, dove $f'(x)$ esiste.

iii) Sia $F : [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.

Verificate se $\int_{-2}^1 f(x) dx = F(1) - F(-2)$.



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{2^x - 4}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico della f nel punto $(0, -\frac{1}{3})$.

iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta di equazione $y = -\frac{1}{4}$ e dalle rette di equazione $x = 3$ e $x = 4$.

6) In un test i partecipanti possono scegliere 3 esercizi tra 15 esercizi proposti. Quante sono le versioni diverse che possono essere consegnate alla fine del test se tutti gli elaborati consegnati contengono tre e solo tre esercizi svolti?
