

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 17 OTTOBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete 'in matematicese' la seguente proposizione: "Ogni mattina prendo almeno un autobus che viaggia tra Trento e Rovereto". Scrivete poi 'in matematicese' la sua negazione.

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta):

$$\text{a) } \forall x, y \in \mathbb{R}, \frac{x}{y} \in \mathbb{Q}; \quad \text{b) } \exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + y^2 = 3.$$

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x^2 + 3x \leq 4\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+1} > x\} \quad C =]-\infty, -1].$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
 ii) Dite se sono intervalli di \mathbb{R} . Dite se B e C sono insiemi disgiunti.
 iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $B \cup C$. Disegnate nel piano cartesiano l'insieme $B \times C$.
 iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte):
 $]-1, 0] \subseteq A; \quad]-\frac{1}{2}, 0[\in \mathcal{P}(B); \quad -1 \in \mathbb{R} \setminus C.$

- 3) Siano $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2x \leq y \leq 3x + 1\}$ e $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < 1\}$.
- Rappresentate graficamente gli insiemi E , F , $E \setminus F$.
 - Determinate le equazioni delle rette verticali contenute in F .
-

- 4) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazione $-x^2 + 4x - 1 - y = 0$ e $y = x^2 + 2x + 5$, rispettivamente.
- ii) Determinate i vertici delle due parabole e l'equazione della retta r passante per i due vertici. Calcolate la distanza tra i due vertici.
- iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il punto di intersezione P della retta r con l'asse delle ordinate.
- iv) Rappresentate graficamente r ed r' .
-

- 5) Risolvete in \mathbb{R} ed interpretate geometricamente le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$-x^2 - 2x \geq x;$$

$$x^2 - 2x = -x^2 + k \text{ al variare di } k \in \mathbb{R}.$$

- 6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 4x^2 + 8x + y^2 < 0 \\ (x + 1)^2 + y^2 \geq \frac{1}{4} \\ x \geq -1. \end{cases}$$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 17 OTTOBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete 'in matematiche' la seguente proposizione: "Almeno una città d'Italia ha tutti i parcheggi gratuiti". Scrivete poi 'in matematiche' la sua negazione.

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta):

$$\text{a)} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}, \frac{x+1}{y} \in \mathbb{Q}; \quad \text{b)} \quad \exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + y^2 - 8 = 0.$$

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x+2} \leq x\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x^2 + 3x < 4\} \quad C =]-2, -1[.$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
 ii) Dite se sono intervalli di \mathbb{R} . Dite se B e C sono insiemi disgiunti.
 iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $B \cup C$. Disegnate nel piano cartesiano l'insieme $B \times C$.
 iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte): $]-1, 0] \subseteq B$; $\{-2, -1\} \in \mathcal{P}(B)$; $-2 \in A$.

-
- 3) Siano $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -3x + 1 \leq y < 2x\}$ e $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq 4\}$.
- Rappresentate graficamente gli insiemi E , F , $E \setminus F$.
 - Determinate le equazioni delle rette orizzontali contenute in F .
-

-
- 4) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazione $x^2 + 4x + 5 + y = 0$ e $y = x^2 - 2x + 4$, rispettivamente.
- Determinate i vertici delle due parabole e l'equazione della retta r passante per i due vertici. Calcolate la distanza tra i due vertici.
 - Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il punto di intersezione P della retta r con l'asse delle ordinate.
 - Rappresentate graficamente r ed r' .
-

-
- 5) Risolvete in \mathbb{R} ed interpretate geometricamente le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$\begin{aligned} -x^2 + 2x &\geq -x; \\ x^2 - 2x + 3 &= -x^2 + k \text{ al variare di } k \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

-
- 6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 8y \leq 0 \\ (x - 1)^2 + y^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1. \end{cases}$$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 17 OTTOBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete 'in matematiche' la seguente proposizione: "Almeno una settimana all'anno vado a sciare tutti i giorni". Scrivete poi 'in matematiche' la sua negazione.

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta):

a) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \frac{x}{y+1} \in \mathbb{Q};$ b) $\exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 4y^2 = -3.$

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x-2} \leq x\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x^2 + 3x \leq 10\} \quad C = [-2, -1].$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
 ii) Dite se sono intervalli di \mathbb{R} . Dite se B e C sono insiemi disgiunti.
 iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $B \cup C$. Disegnate nel piano cartesiano l'insieme $B \times C$.
 iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte):
 $] -1, 0[\subseteq \mathbb{R} \setminus A; \quad \{-5, 2\} \in \mathcal{P}(B); \quad -2 \subseteq C.$

-
- 3) Siano $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2x - 1 < y \leq 3x\}$ e $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \geq 4\}$.
- Rappresentate graficamente gli insiemi E , F , $E \setminus F$.
 - Determinate le equazioni delle rette orizzontali contenute in F .
-

- 4) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazione $-x^2 + 4x - 3 - y = 0$ e $y = x^2 + 2x - 1$, rispettivamente.
- ii) Determinate i vertici delle due parabole e l'equazione della retta r passante per i due vertici. Calcolate la distanza tra i due vertici.
- iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il punto di intersezione P della retta r con l'asse delle ordinate.
- iv) Rappresentate graficamente r ed r' .
-

- 5) Risolvete in \mathbb{R} ed interpretate geometricamente le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$x^2 + 4x \leq -x;$$

$$-x^2 + 2x + 1 = x^2 + k \text{ al variare di } k \in \mathbb{R}.$$

- 6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 2y - 3 \geq 0 \\ x^2 + (y + 1)^2 < 9 \\ y < 1. \end{cases}$$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 17 OTTOBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **due ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete 'in matematiche' la seguente proposizione: "Tutti gli anni visito almeno una città d'arte d'Italia". Scrivete poi 'in matematiche' la sua negazione.

ii) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta):

a) $\forall x, y \in \mathbb{R}, \frac{y}{x} \in \mathbb{Q};$ b) $\exists x, y \in \mathbb{R} : x^2 - x + y^2 < \frac{3}{4}.$

- 2) Siano A, B e C gli insiemi definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x^2 + 3x < 10\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2}{x-1} > x\} \quad C =]0, 1[.$$

- i) Rappresentate graficamente gli insiemi A, B e C sulla retta reale.
 ii) Dite se sono intervalli di \mathbb{R} . Dite se B e C sono insiemi disgiunti.
 iii) Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $B \cup C$. Disegnate nel piano cartesiano l'insieme $B \times C$.
 iv) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte):
 $]-1, 0] \subseteq A;$ $\{-1, 2\} \in \mathcal{P}(B);$ $2 \subseteq B.$

- 3) Siano $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x + 1 \leq y < -2x\}$ e $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq 1\}$.
- Rappresentate graficamente gli insiemi E , F , $E \setminus F$.
 - Determinate le equazioni delle rette verticali contenute in F .
-
- 4) i) Rappresentate graficamente le parabole di equazione $x^2 + 4x + 1 + y = 0$ e $y = x^2 - 2x + 2$, rispettivamente.
- ii) Determinate i vertici delle due parabole e l'equazione della retta r passante per i due vertici. Calcolate la distanza tra i due vertici.
- iii) Determinate l'equazione della retta r' perpendicolare alla retta r e passante per il punto di intersezione P della retta r con l'asse delle ordinate.
- iv) Rappresentate graficamente r ed r' .
-
- 5) Risolvete in \mathbb{R} ed interpretate geometricamente le seguenti equazioni e/o disequazioni:
- $$-x^2 + 2x \geq x;$$
- $$x^2 + 4x = -3x^2 + k \text{ al variare di } k \in \mathbb{R}.$$
-
- 6) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ che soddisfano il seguente sistema di disequazioni:
- $$\begin{cases} 4x^2 + 8x + y^2 \leq 0 \\ x^2 + (y - 1)^2 > \frac{1}{4} \\ y \geq -1. \end{cases}$$
-