

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 12 GENNAIO 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. **Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-2}^5 ||x - 1| - 2| dx; \quad \int_0^1 (-2x + 4) dx.$$

- ii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-2}^{-1} \frac{1 + x^2}{x} dx; \quad \int_0^1 \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1} dx.$$

- 2) i) Calcolate  $\sum_{k=1}^4 f^{(k)}(1)$ , dove  $f^{(k)}(x)$  indica la derivata  $k$ -esima di  $f(x) = \log(2x)$  (nota:  $f^{(1)}(x) = f'(x)$  e  $f^{(2)}(x) = f''(x)$ ).

- ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{5}{2}}^{\frac{7}{2}} f(x) dx + \cdots + \int_{\frac{21}{2}}^{\frac{23}{2}} f(x) dx.$$

- iii) Determinate, al variare di  $m \in \{0, 1, 2, \dots\}$ , il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 e^{-x}}{1 + 4x^m}$ .

3) Sia  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -|x+2| + 4 & \text{se } -3 \leq x < -1 \\ 2^{-x} & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{3}{4} & \text{se } 0 < x < 2 \\ 1 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $f$  nel piano cartesiano.

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della  $f$ ; individuate gli eventuali asintoti.

iii) Calcolate  $\int_{-3}^0 f(x) dx$ .

---

4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x-1)^3 e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete le equazioni di tutte le rette tangenti al grafico di  $f$  che sono rette orizzontali. Rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .

iii) Provate che  $F(x) = e^x[(x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 6(x-1) - 6]$  è una primitiva di  $f$ .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  in  $(1, 0)$  e dalla retta  $x = 2$ .

---

5) Sia  $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte; trovando eventualmente un controesempio):

a) se  $f(0) \cdot f(2) < 0$ , allora  $f(x_0) = 0$  per qualche  $x_0 \in [-1, 3]$ ;

b) se  $\max_{[-1, 3]} f = f(2)$ , allora  $f'(2) = 0$ ;

c) se  $f(1) = 0$ , allora la funzione integrale  $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$  ha un punto critico in  $x = 1$ .

---

6) (Esercizio relax!!) Sulla barra in fondo allo schermo del computer ci sono 24 icone che indicano le diverse applicazioni disponibili. Quanti sono i modi diversi in cui le icone possono essere disposte sulla barra?

---

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 12 GENNAIO 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. **Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-5}^3 ||x+2| - 1| dx; \quad \int_0^1 (2x+3) dx.$$

- ii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-3}^{-2} \frac{1-x^3}{x} dx; \quad \int_2^3 \frac{e^{2x}-1}{e^x-1} dx.$$

- 2) i) Calcolate  $\sum_{k=1}^4 f^{(k)}(1)$ , dove  $f^{(k)}(x)$  indica la derivata  $k$ -esima di  $f(x) = \log(3x)$  (nota:  $f^{(1)}(x) = f'(x)$  e  $f^{(2)}(x) = f''(x)$ ).

- ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\int_{\frac{5}{4}}^{\frac{7}{4}} f(x) dx + \int_{\frac{9}{4}}^{\frac{11}{4}} f(x) dx + \cdots + \int_{\frac{25}{4}}^{\frac{27}{4}} f(x) dx.$$

- iii) Determinate, al variare di  $m \in \{0, 1, 2, \dots\}$ , il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x2^{-x}}{1 + 2x^m}$ .

3) Sia  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x+2| + 3 & \text{se } -3 \leq x < -1 \\ 2^{-x} & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{5}{4} & \text{se } 0 < x < 2 \\ 1 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $f$  nel piano cartesiano.

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della  $f$ ; individuate gli eventuali asintoti.

iii) Calcolate  $\int_{-3}^0 f(x) dx$ .

---

4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x+1)^3 e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Scrivete le equazioni di tutte le rette tangenti al grafico di  $f$  che sono rette orizzontali. Rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .

iii) Provate che  $F(x) = e^x[(x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 6(x+1) - 6]$  è una primitiva di  $f$ .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  in  $(-1, 0)$  e dalla retta  $x = 0$ .

---

5) Sia  $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte; trovando eventualmente un controesempio):

a) se  $\min_{[-2, 5]} f = f(1)$ , allora  $f(1) \leq f(x)$  per ogni  $x \in [-2, 5]$ ;

b) se  $f$  è una funzione crescente, allora la funzione integrale  $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$  è una funzione crescente su  $[-2, 5]$ ;

c) se  $f(-1) \cdot f(3) < 0$ , allora  $f(x_0) = 0$  per qualche  $x_0 \in [-2, 5]$ .

---

6) (Esercizio relax!!) Sulla barra in fondo allo schermo del computer ci sono 21 icone distinte. Una di esse è il cestino ed è vincolato a stare sempre in ultima posizione. Quanti sono i modi diversi in cui le icone possono essere disposte sulla barra?

---