

COGNOME _____

NON SCRIVERE QUI

NOME _____

A

MATRICOLA | | | | | | |

| | | | | |

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 11 SETTEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 + 3x| < 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^3 + 4x + 1}{x^2} \geq x\}$.
- Determinate gli insiemi A e B e rappresentateli sulla retta reale.
 - Determinate gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$.
 - Rappresentate graficamente nel piano cartesiano gli insiemi $A \times B$ e $B \times A$. Determinate l'equazioni di tutte le rette orizzontali che intersecano l'insieme $A \times B$.
 - Quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando la risposta!!)?
 - $[-3, -1] \times [1, 4] \subset A \times B$;
 - $[-3, -1] \times [1, 4] \in A \times B$;
 - $(-3, 0) \in A \times B$;
 - $[-3, -1] \times [1, 4] \in \mathcal{P}(A \times B)$.

- 2) Risolvete in \mathbb{R} , ed interpretate geometricamente, le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$-3 \leq \frac{1}{x} - 2 \leq 1; \quad -3 \leq -x^2 + 2x \leq 0; \quad ||x - 2| - 1| \leq 3;$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) \geq 0; \quad 2x - 2 = -|x| + 3; \quad e^{-x} > \frac{1}{e}.$$

3) Sia $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

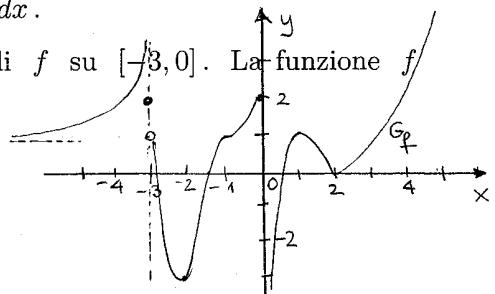
$$f(x) = \begin{cases} |e^{x-1} - 1| & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{se } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

e sia $F : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$.

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $x \rightarrow f(x)$, $x \rightarrow -f(x)$ e $x \rightarrow f(x-1)$.
 - ii) Determinate gli intervalli di stretta monotonia di F .
 - iii) Determinate la funzione F .
-

4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

- i) Determinate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ii) Determinate i punti $x \in \mathbb{R}$ tali che esiste $f'(x)$ e $f'(x) = 0$.
 - iii) Determinate il segno di $\int_{-3}^{-1} f(x) dx$ e di $\int_{-1}^0 f(x) dx$.
 - iv) Determinate, se esiste, il minimo e/o il massimo di f su $[-3, 0]$. La funzione f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-3, 0]$?
-



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici, monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = e^{-x^2} \cdot e^x - 1.$$

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico della f nel punto di ascissa $x = 0$.

iii) Calcolate $\int_0^2 (1 - 2x)f(x) dx$.

6) In un corso universitario vengono trattati 13 capitoli di un libro. Il docente prepara per l'esame 6 quesiti per ogni capitolo, ognuno chiuso in una busta e non mescolato con quelli di un altro capitolo. Se uno studente deve scegliere un quesito da ciascuno di 4 capitoli scelti tra i 13 capitoli, in quanti modi diversi può avvenire l'esame?
