COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 1 DICEMBRE - 5 DICEMBRE 2008

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{3-e^x}{|x|}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2^x-x}{2+e^x}$; $\quad \lim_{x\to0} \dfrac{x^2}{e^x-1}$; $\quad \lim_{x\to1} \dfrac{e^{x-1}-1}{x-1}$;

ii) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+3^x}{\log x + 3^{x+1}}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} x\log(1+\dfrac{1}{x})$; $\quad \lim_{x\to-2^+} \dfrac{x^2}{2+x}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} \dfrac{\log(1+x^4)}{x^5}$;

iii) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\log(1+x^2)}{2^{-x}}$; $\quad \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{\log(1+x^2)}$; $\quad \lim_{x\to0} \dfrac{\log(1+3x)}{3x^3}$; $\quad \lim_{x\to0^+} \dfrac{\log(1+3x)}{e^{\log(2x)}}$.

2) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) delle seguenti funzioni $f:\mathbb{R}\setminus\{0,1\}\to\mathbb{R}$, $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ed $h:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definite da

$$f(x)=\frac{2x^2-1}{x^2-x}; \qquad g(x)=\begin{cases}-\log|x|+1 & \text{se } x<0\\ e^{-x}+x & \text{se } x\geq 0\end{cases}; \qquad h(x)=\frac{-x+1}{x^3}.$$

3) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x)=\dfrac{2}{x^2}$ nel punto $(2,\frac{1}{2})$;

b) $g(x)=\sqrt{x+1}$ nel punto $(3,2)$;

c) $h(x)=-x^2+2|x|$ nel punto $(-2,0)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f, g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

ii) Calcolate la pendenza della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti assegnati:

a) $f(x)=\sqrt[3]{3x+1}$ nel punto $(0,1)$;

b) $g(x)=x\log(x^2+e)$ nel punto $(0,0)$;

c) $h(x)=\log(e^{x^2+x})$ nel punto $(1,2)$.

4) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $7x^2 + x^{-3}$; $\quad \dfrac{1}{x^3} - 2x^4$; $\quad \dfrac{x^{-2}}{x+3}$; $\quad \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$;

b) $(e^x + x^{-1})(\log_3 x + \sqrt[3]{x})$; $\quad (x^{-2} + 2x)(2^x + x^2)$; $\quad (3^x + 2x)\log_2 x$;

c) $\dfrac{\log x + xe^x}{x^3 + \log_3 9}$; $\quad x^4 + 4^x$; $\quad 3e^3 + x^{-1}2^x$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(3x + 4x^2)^4$; $\quad e^{x^2-2}$; $\quad ((3x)^2 - x^{-2})^{-1}$; $\quad x^3 \log(1 + 2x)$.

---

5) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\quad \lim_{x\to-2^-} f(x)$; $\quad \lim_{x\to-2^+} f(x)$; $\quad \lim_{x\to2^-} f(x)$; $\quad \lim_{x\to2^+} f(x)$; $\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità della f;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di f;

v) il segno della derivata f' dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

vi) i massimi e/o minimi locali di f su $[-3, 1]$.