

COGNOME \_\_\_\_\_  
 NOME \_\_\_\_\_  
 MATRICOLA                  

NON SCRIVERE QUI

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE  
 CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 15 DICEMBRE - 19 DICEMBRE 2008

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Delle seguenti funzioni  $f(x) = (1-x^2)^2$ ;  $g(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$ ;  $h(x) = \frac{x^2}{x^2-2}$  determinate l'insieme di definizione; il segno; il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti); studiate la continuità; calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata); (eventualmente) la convessità o concavità; tracciate un grafico qualitativo.

2) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

a)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - \dots + \frac{1}{33}; \quad 1 + 5 + 10 + 17 + \dots + 257;$

b)  $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots - \frac{1}{21} + \frac{1}{20}; \quad x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 12x^{12}.$

ii) Calcolate

a)  $\sum_{n=1}^{100} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right); \quad \sum_{m=3}^{10} \frac{m}{m-1}.$

3) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$\int_1^2 (2x-1) dx; \quad \int_{-2}^{1/4} (-4x+1) dx; \quad \int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx; \quad \int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} dx;$

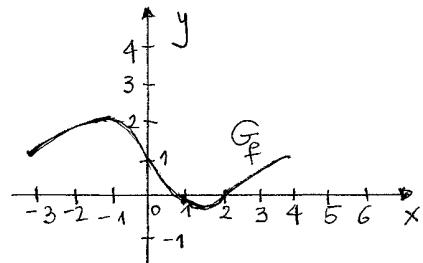
$\int_0^3 (-|x-1|+2) dx; \quad \int_{-2}^2 ||x|-1| dx; \quad \int_{-2}^2 3 dx.$

4) Sia  $f : [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

i) Rappresentate sulla retta reale il segno della  $f$ .

ii) Rappresentate, dove esiste, il segno della derivata di  $f$ .

iii) Sia  $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$  la funzione integrale di  $f$ . Determinate gli intervalli di monotonia di  $F$ . Determinate i punti di massimo (risp. minimo) locale.



---

5) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i)  $\int_{-1}^2 (3^x - x) dx ;$        $\int_1^e (x^{-2} + \frac{1}{x}) dx ;$        $\int_0^2 \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx ;$

ii)  $\int_2^3 (\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}) dx ;$        $\int_{-2}^{-1} \frac{x^2 - 3x^4}{x^4} dx ;$        $\int_0^2 (e^x + 1) dx ;$

iii)  $\int_0^2 (e^x + 1)^2 dx ;$        $\int_0^1 ((3x - 1)^4 + \frac{1}{2x + 1}) dx ;$        $\int_0^4 \frac{2x}{x^2 + 1} dx ;$

iv)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^4 + 1}{x} dx ;$        $\int_0^1 xe^{x^2} dx ;$        $\int_1^2 \frac{e^{-x} + 1}{2} dx ;$

v)  $\int_{-2}^3 3|x - 2| dx ;$        $\int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx .$

---

6) Determinate l'area della regione piana  $E$  (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

i) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$  e la retta  $y = 1$ ;

ii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = x^2 - x$  e la retta d'equazione  $y = x$ ;

iii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = |\sqrt[3]{x}|$  e dalla parabola d'equazione  $y = x^2$ ;

iv) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = e^x - 1$  e le rette  $y = -x$  e  $x = 3$ ;

v) delimitata dai grafici delle funzioni  $f(x) = x^4 - 1$  e  $g(x) = -|x| + 1$ .

---

7) Determinate l'area della regione piana  $E$  (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

i) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = \sqrt{x + 1}$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(3, 2)$  e dalla retta  $x = 0$ ;

ii) delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = x^3$ , dalla retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 1)$  e la retta di equazione  $x = 2$ .

---