

COGNOME \_\_\_\_\_

NON SCRIVERE QUI

NOME \_\_\_\_\_

B

MATRICOLA | | | | | |

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA  
A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 26 GENNAIO 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. **Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate nel piano cartesiano  $xy$  i seguenti insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 2 \leq y < -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 3\};$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + y^2 - 6y > -9\}.$$

- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .

- 2) Deducete dal grafico di  $f : ]-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  (vedi disegno)

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ;

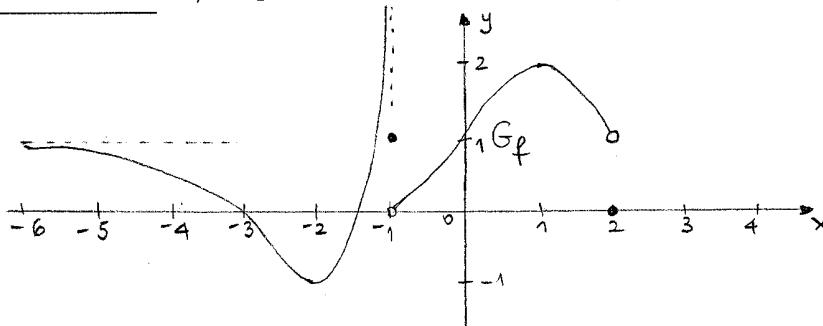
ii) gli eventuali punti di discontinuità della  $f$ ;

iii) gli eventuali intervalli di monotonia della  $f$ ;

iv) gli eventuali asintoti di  $f$ ;

v) il segno della derivata  $f'$ , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

vi) i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di  $f$ . In tali punti la  $f'$  si annulla?



- 3) Siano  $f, g : [-2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = \begin{cases} 4 \cdot 2^x - 1 & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ 3 \log_3(x+3) & \text{se } 0 < x \leq 6; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x+1} & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ -(x-1)^2 & \text{se } 0 < x < 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{3} & \text{se } 1 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f$  e  $g$ .
  - ii) Determinate l'insieme  $B \subseteq \mathbb{R}$  tale che  $f : [-2, 6] \rightarrow B$  è biettiva. Rappresentate poi graficamente la funzione inversa  $f^{-1} : B \rightarrow [-2, 6]$ .
  - iii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(-1)$ ,  $(fg)(6)$  e  $(\frac{f}{g})(-1)$ .
  - iv) Calcolate  $f(0)$  e  $g(3)$ . Calcolate, se possibile,  $(g \circ f)(0)$ .
  - v) Rappresentate graficamente la funzione  $x \mapsto 2g(x) + 1$ .
  - vi) Calcolate  $\sum_{k=1}^4 |g(\frac{3}{k})|$ .
- 

- 4) i) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$3x^2 - |x^2 - 1| + 3x \leq 0; \quad \log_2(2 - |x|) - \log_2 x^2 \geq 0.$$

$$\text{ii) Calcolate } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2^x}{\log|x| + 4x^2}; \quad \int_2^3 x(1 - x^{-2}) dx.$$


---

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate tutti i punti del grafico di  $f$ , nei quali la retta tangente al grafico di  $f$  ha pendenza uguale a 1. Disegnate poi tali rette.
  - iii) Provate che  $f(x) = x - \frac{x}{x^2 + 1}$  per ogni  $x$  appartenente al dominio di  $f$ .
  - iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e dalle rette di equazione  $y = x$  e  $x = 2$ .
- 

- 6) (Esercizio relax!!) Se per il vostro piano di studi dovete scegliere 3 corsi facoltativi da una rosa di 8 corsi proposti, quante sono le possibili scelte che potete effettuare?
-