

COGNOME _____

NON SCRIVERE QUI

NOME _____

A

MATRICOLA | | | | | |

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 21 NOVEMBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = x^2 - 2|x|, \quad g(x) = 2x + 1.$$

- ii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{f(x)} > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \cdot g(x) = 0\}$, e rappresentateli sulla retta reale.
iii) Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{(x-1)^2} + 1 & \text{se } x > 1; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_2 |x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $g(-2) \cdot g(2)$, e $(\frac{f}{g})(1)$.
iv) Determinate, per $x > 1$, il segno di $(g \circ f)(x)$.

- 3) i) Determinate l'insieme di definizione delle seguenti funzioni

$$f(x) = |x| - 1, \quad g(x) = \frac{1}{e^x - 1},$$

e rappresentate il loro segno.

- ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$.
-

- 4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $|x^2 - 2x| > 3;$ $1 + 2|x - 1| \leq 4;$ $3x^2 - |x - 2| \geq 0;$

ii) $\frac{2^x \cdot 4^{x^2-1}}{2^{-2x}} - 1 = 0;$ $\log_2(1 - |x|) = \log_2(3x^2);$

iii) $\log_{\frac{1}{2}}(x + 3) - \log_{\frac{1}{2}}x \leq \log_{\frac{1}{2}}(x - 1);$ $(\frac{1}{2})^{x^2-1} \leq 2^{|x|+1}.$

- 5) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [0, 3] \rightarrow [1, 4]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ -|x - 2| + 4 & \text{se } 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

e la funzione $x \mapsto |-f(x) + 2| - 1$.

- ii) Determinate il più grande intervallo $I \subseteq [0, 3]$ tale che $f : I \rightarrow [1, 4]$ risulti biunivoca. Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [1, 4] \rightarrow I$.
-

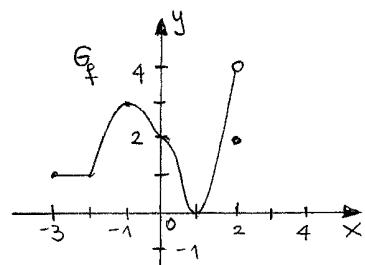
- 6) Sia $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Determinate, se esiste, il massimo e/o il minimo di f su $[-3, 2]$, e gli eventuali punti di minimo e/o di massimo.

iii) Determinate l'immagine di f .

iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .



COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 21 NOVEMBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = -x^2 + 4|x|, \quad g(x) = -4x + 1.$$

- ii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{f(x)} > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \cdot g(x) = 0\}$, e rappresentateli sulla retta reale.
iii) Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} + 1 & \text{se } x < 0 \\ |\sqrt{x} - 1| & \text{se } x \geq 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq -1 \\ \log_2(x+1) & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $g(-1) \cdot g(1)$, e $(\frac{f}{g})(-1)$.
iv) Determinate, per $x \leq -1$, la funzione $(f \circ g)(x)$.

- 3) i) Determinate l'insieme di definizione delle seguenti funzioni

$$f(x) = \sqrt[3]{|x| - 1}, \quad g(x) = \frac{1}{3^x - 1},$$

e rappresentate il loro segno.

- ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$.
-

- 4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $|x^2 - 3x| \leq 4; \quad 2 + |x - 5| > 4; \quad 3x^2 - |x + 2| \leq 0;$

ii) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} \cdot 4^{x+1}}{2^{3-x}} - 4 = 0; \quad \log_{\frac{1}{2}}(2 - |x|) = \log_{\frac{1}{2}}(4x^2);$

iii) $3^{|x|+1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-x} \geq 1; \quad \log_2(x+3) - \log_2 x \leq \log_2(x-1).$

- 5) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [-3, 2] \rightarrow [0, \frac{9}{2}]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}|x + 1| & \text{se } -3 \leq x < 0 \\ -(x - 2)^2 + \frac{9}{2} & \text{se } 0 \leq x \leq 2, \end{cases}$$

e la funzione $x \mapsto |f(x) - \frac{1}{2}| + 1$.

- ii) Determinate il più grande intervallo $I \subseteq [-3, 2]$ tale che $f : I \rightarrow [0, \frac{9}{2}]$ risulti biiettiva.

Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [0, \frac{9}{2}] \rightarrow I$.

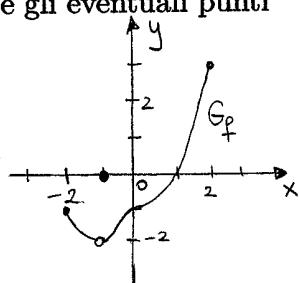
- 6) Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Determinate, se esiste, il massimo e/o il minimo di f su $[-2, 2]$, e gli eventuali punti di minimo e/o di massimo.

iii) Determinate l'immagine di f .

iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .



COGNOME _____

NON SCRIVERE QUI

NOME _____

C

MATRICOLA | | | | | |

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 21 NOVEMBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = -x^2 + 2|x|, \quad g(x) = -3x - 1.$$

- ii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{f(x)} > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \cdot g(x) = 0\}$, e rappresentateli sulla retta reale.
iii) Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \left| \frac{1}{x^4} - 1 \right| & \text{se } x < 0 \\ -\sqrt[3]{x-1} & \text{se } x \geq 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 1 \\ |\log_2(x-1)| & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $g(-1) \cdot g(1)$, e $(\frac{f}{g})(-1)$.
iv) Determinate, per $x \leq 1$, la funzione $(f \circ g)(x)$.

- 3) i) Determinate l'insieme di definizione delle seguenti funzioni

$$f(x) = 4 - |x|, \quad g(x) = \frac{1}{2^x - 1},$$

e rappresentate il loro segno.

- ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$.
-

- 4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $|x^2 + 3x| \leq 4; \quad 3 - |x + 4| < 2; \quad 4x^2 - |x + 5| \leq 0;$

ii) $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-1} \cdot 3^{x-4}}{3^{-2x}} - \frac{1}{3} = 0; \quad \log_{\frac{1}{2}}(3 - |x|) = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2);$

iii) $4^{1-|x|} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 1; \quad \log_3(x+1) - \log_3(2x) \geq \log_3(2x-1).$

- 5) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [-1, 4] \rightarrow [0, 5]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 + 4 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ -|x-2| + 5 & \text{se } 1 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

e la funzione $x \mapsto |f(x) - 1| + 2$.

- ii) Determinate il più grande intervallo $I \subseteq [-1, 4]$ tale che $f : I \rightarrow [0, 5]$ risulti biiettiva. Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [0, 5] \rightarrow I$.
-

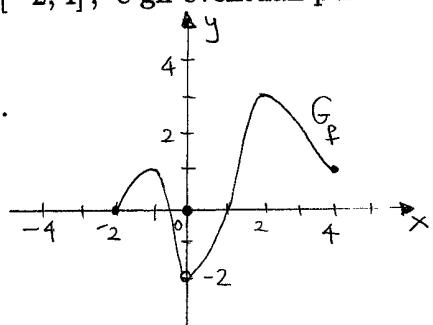
- 6) Sia $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

- ii) Determinate, se esiste, il massimo e/o il minimo di f su $[-2, 4]$, e gli eventuali punti di minimo e/o di massimo.

- iii) Determinate l'immagine di f .

- iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .
-



COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA
A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 21 NOVEMBRE 2008

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = x^2 - 4|x|, \quad g(x) = 3x + 1.$$

- ii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{f(x)} > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \cdot g(x) = 0\}$, e rappresentateli sulla retta reale.
iii) Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} + 1 & \text{se } x < -1 \\ |\sqrt[3]{x}| & \text{se } x \geq -1; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}|x| & \text{se } x \neq 0 \\ -1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $g(-2) \cdot g(2)$, e $(\frac{f}{g})(1)$.
iv) Determinate, per $x > 1$, il segno di $(g \circ f)(x)$.

- 3) i) Determinate l'insieme di definizione delle seguenti funzioni

$$f(x) = |x| + 1, \quad g(x) = \frac{1}{x^3 - 1},$$

e rappresentate il loro segno.

- ii) Scrivete, nei rispettivi insieme di definizione, le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$.
-

- 4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

i) $|x^2 + 2x| > 3;$ $2 + 3|x + 2| \leq 5;$ $5x^2 - |2x + 3| \geq 0;$

ii) $\frac{9^x \cdot 3^{x^2-4}}{3^{-2x}} - 3 = 0;$ $\log_2(3 - |x|) = \log_2(2x^2);$

iii) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 4) - \log_{\frac{1}{3}}x \leq \log_{\frac{1}{3}}(x - 2);$ $(\frac{1}{2})^{1-x^2} \geq 2^{|x|+1}.$

- 5) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : [-1, 3] \rightarrow [1, 6]$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ -|x - 2| + 6 & \text{se } 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

e la funzione $x \mapsto |-f(x) + 2| + 1$.

- ii) Determinate il più grande intervallo $I \subseteq [-1, 3]$ tale che $f : I \rightarrow [1, 6]$ risulti biiettiva. Rappresentate graficamente la funzione inversa $f^{-1} : [1, 6] \rightarrow I$.
-

- 6) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f è una funzione limitata.

ii) Determinate, se esiste, il massimo e/o il minimo di f su $[-3, 3]$, e gli eventuali punti di minimo e/o di massimo.

iii) Determinate l'immagine di f .

iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .

