

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 26 GENNAIO 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **tre ore**. **È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti**; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti. **Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio**. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 2^x}{\log|x| + x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1 - x^2}{x - 3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x}.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{5} + \frac{9}{7} - \dots - \frac{256}{33}.$$

2) Deducete dal grafico di $f : [-3, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ (vedi disegno)

i) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;

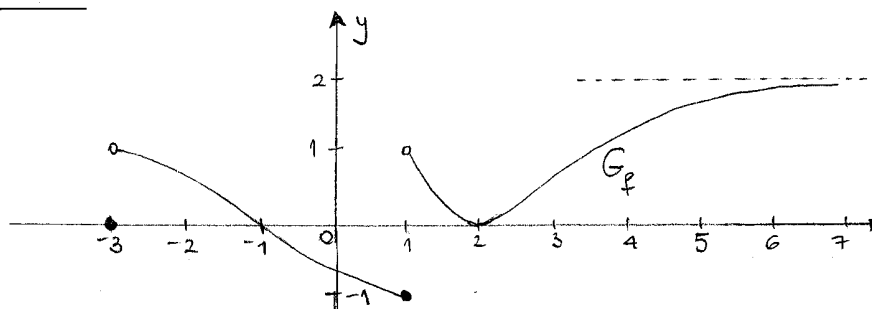
ii) gli eventuali punti di discontinuità della f ;

iii) gli eventuali intervalli di monotonia della f ;

iv) gli eventuali asintoti di f ;

v) il segno della funzione f e derivata f' , dove esiste, e rappresentateli sulla retta reale;

vi) i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di f . In tali punti la f' si annulla?



3) i) Calcolate $\int_0^1 \frac{-1 + e^{3x}}{e^x} dx$; $\int_1^2 x(1 - x^{-2}) dx$; $\int_{-2}^3 ||x + 1| - 3| dx$.

ii) Sia $g : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x+1} & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \\ -(x-1)^2 & \text{se } 0 < x < 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{1}{3} & \text{se } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

Calcolate $\int_{-2}^4 g(x) dx$, e $\sum_{k=1}^4 |g(\frac{2}{k})|$.

4) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate tutti i punti del grafico di f , nei quali la retta tangente al grafico di f ha pendenza uguale a 1. Disegnate poi tali rette.

iii) Provate che $f(x) = x - \frac{x}{x^2 + 1}$ per ogni x appartenente al dominio di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $y = x$ e $x = 2$.

5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = x^4 + x^3 - 1$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivando le risposte):

a) la funzione $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ è definita su tutto \mathbb{R} ;

b) $\exists m \in \mathbb{N}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^m}{f'(x)}$ esiste finito ed è diverso da 0.

c) $\int_1^2 f(x) > 0$.

6) (Esercizio relax!!) Se per il vostro piano di studi dovete scegliere 3 corsi facoltativi da una rosa di 9 corsi proposti, quante sono le possibili scelte che potete effettuare?
