

Cognome _____

Nome _____

Matricola _____

Università di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive

Verifica Settimanale di Analisi Matematica

(con Elementi di Algebra)

a.a. 2008-2009 - Rovereto, 24 Novembre - 28 Novembre 2008

- 1) Provate, usando il teorema di esistenza degli zeri, che l'equazione $3^x = -4x + 2$ ha una soluzione $x_0 \in [0, 1]$. Essa è unica! Perché? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]a, b[\subset [0, 1]$ tale che $b - a \leq \frac{1}{4}$ ed $x_0 \in]a, b[$.

- 2) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da
$$f(x) = \begin{cases} e^{x+1} + 1 & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ x^2 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ -|x-1| + 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f . Determinate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Verificate se f è continua in $x = 1$.

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 + 2)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt[3]{x+1} + \log_2 x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^2 - 1}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^2 - 1}$;

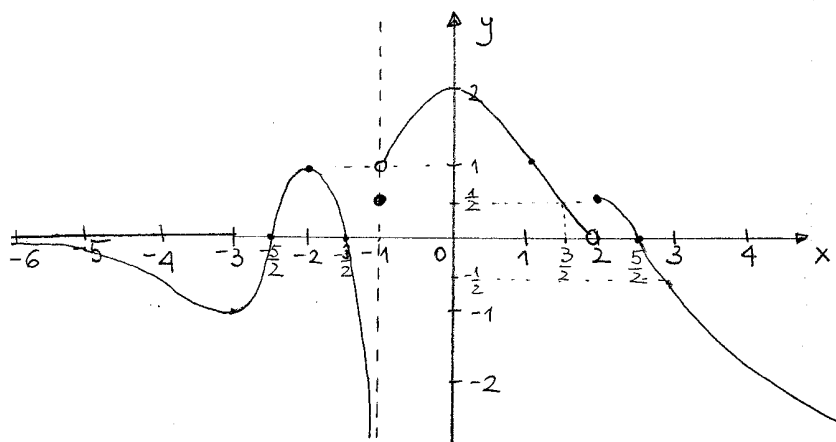
$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{1}{|x| - 3}$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{|x| - 3}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2e^x - 1}{x^3}$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + x}{2x}$.

ii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2 - 3x}$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2 - 3x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$;

iii) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+3}{x-3}$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{x+3}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^x + 1}{\frac{1}{x^2} + 2} \right)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x-2} \right) \left(\frac{1}{x-3} \right)$

iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{5 + x^3}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{5 + x^2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{5 + x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{5 - x}$.

4) Deducete dal grafico di $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;

ii) il segno della f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) gli intervalli di monotonia di f ;

iv) i punti di discontinuità di f ;

v) il massimo e/o il minimo di f su $[\frac{3}{2}, 3]$;

dite se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Weierstrass.