COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	
MATRICOLA $\lfloor\_\lfloor\_\lfloor\_\lfloor\_\lfloor\_\lfloor\_\rfloor$	1 2 3 4 5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2008-2009 — ROVERETO, 17 NOVEMBRE - 21 NOVEMBRE 2008

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) i) Determinate i valori $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$, $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$, $\log_{\frac{1}{3}} 1$, $\log_{\frac{1}{3}} 3$, $\log_{\frac{1}{3}} 9$ e rappresentateli graficamente sul grafico della funzione $\log_{\frac{1}{3}} x$.

ii) Calcolate $\log_{\frac{1}{3}} 81$; $\log_4 \frac{1}{16}$; $\log_4 64$; $\log_3 3^{-6}$; $e^{\log 2}$.

2) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$3^{-x+2} = 27\,; \qquad 2^x = -\frac{1}{2}\,; \qquad \log_2 x = -2\,; \qquad \log_5(x^2+1) = 1\,;$$

$$2^{|x|+1} < 4^x\,; \qquad e^{x^2-2x} > 1\,; \qquad \log(x+2) < 0\,; \qquad \log_{\frac{1}{2}} |x| \ge 0\,; \qquad \log_2 |x-1| > 0\,.$$

3) i) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$(\sqrt{x})^2 = x\,; \qquad \sqrt[3]{x^3} = x\,; \qquad \sqrt{x^2} = |x|\,; \qquad 3^{\log_3(x+1)} = x+1\,; \qquad \log_2(2^{x+1}) = x+1\,.$$

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

a) $2^{|x|} \cdot 2^{-x} \le 4^{x^2}$; $\quad \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2} \cdot 3^x \ge 1$; $\quad 4^x = 2 \cdot 2^{x^2-4}$;

b) $\log(1+3x^2) - \log x^2 \ge \log 4$; $\quad \log_{\frac{1}{3}}(|x|+1) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} < 0$; $\quad \log(2x) = \log(x^2-3)$.

4) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$|2^{-x} - 1| + 1\,; \qquad |1 - \log_3(x-2)|\,; \qquad ||x| - 4| - 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} 2.$$

5) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -|x+1| + 1 & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } 0 \le x < 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{2} & \text{se } x \ge 1\,. \end{cases}$$

ii) Determinate $f(\mathbb{R})$. f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2, 2]$? Determinate il massimo (p.ti di massimo) e il minimo (p.ti di minimo) di f su $[-2, 2]$.