

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

## UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 22 GENNAIO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione  $\mathcal{A} =$  "Se oggi supero l'esame di Analisi Matematica (con elementi di Algebra), da domani mi dedico alla preparazione dell'esame di Psicologia Generale".

Scrivete in matematiche la proposizione **non** $\mathcal{A}$  portando il **non** il più internamente possibile. Scrivete in italiano corrente la proposizione **non** $\mathcal{A}$ .

- ii) a) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - |x| < 0\} \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 2x}{x + 4} \geq 1\right\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- b) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .  
c) Rappresentate graficamente l'insieme  $A \times \mathbb{R}$ .

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti  $(x, y)$  soddisfacenti il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 - 8x \leq 0 \\ y \geq |x - 1| \\ x < 1. \end{cases}$$

- ii) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $2^{|x+2|} \cdot 2^{-x} - 4 \geq 0$ .

- 3) i) Determinate  $k \in \mathbb{N}$  tale che la pendenza della retta  $r$  passante per i punti

$$P_k = (2, 2 + \frac{1}{k}) \quad \text{e} \quad Q = (-3, 0)$$

$$\text{risulti } m = \frac{1}{2}.$$

ii) Sia  $P_k$  il punto determinato in i).

- a) Scrivete l'equazione della retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P_k$ .  
 b) Rappresentate graficamente la retta  $r$  e la retta  $r'$ .
- 

- 4) Siano  $f, g : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = 3\sqrt{x} \quad g(x) = x^2 - 2x - 2.$$

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $f$  e  $g$ .  
 ii) Determinate  $f([0, 4])$ .  
 iii) Determinate il più grande intervallo  $[a, b] \subset [0, 4]$  tale che  $g$  risulti iniettiva su  $[a, b]$ .  
 iv) Determinate i minimi e/o massimi locali (e risp. punti di minimo e punti di massimo locali) di  $g$  su  $[0, 4]$ .  
 v) Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di  $f$  e  $g$  e dall'asse  $y$ .
- 

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{e^x(x-1)}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0, -1)$ . Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .  
 iii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
 iv) Calcolate  $\int_2^3 e^x f(x) dx$ .
- 

- 6) Sia  $f : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = 3^x - x^4 - \frac{1}{2}$ . È ben definita su  $[-1, 0]$  la funzione  $\frac{1}{f(x)}$ ? Motivate la risposta.
-

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

B

## UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 22 GENNAIO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematiche la seguente proposizione  $\mathcal{A} = \text{"Se oggi supero l'esame di Analisi Matematica (con elementi di Algebra), domani vado a sciare".}$

Scrivete in matematiche la proposizione  $\text{non } \mathcal{A}$  portando il **non** il più internamente possibile. Scrivete in italiano corrente la proposizione  $\text{non } \mathcal{A}$ .

- ii) a) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2|x| < 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 2x}{x + 4} \leq 1\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- b) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .

- c) Rappresentate graficamente l'insieme  $\mathbb{R} \times A$ .

- 2) Siano  $f, g : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da

$$f(x) = -3\sqrt{x} \quad g(x) = -x^2 + 2x + 2.$$

- i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano  $f$  e  $g$ .

- ii) Determinate  $f([0, 4])$ .

- iii) Determinate il più grande intervallo  $[a, b] \subset [0, 4]$  tale che  $g$  risulti iniettiva su  $[a, b]$ .

- iv) Determinate i minimi e/o massimi locali (e resp. punti di minimo e punti di massimo locali) di  $g$  su  $[0, 4]$ .

- v) Determinate l'area della regione piana delimitata dai grafici di  $f$  e  $g$  e dall'asse  $y$ .

- 3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme dei punti  $(x, y)$  soddisfacenti il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 8y \leq 0 \\ y \geq -|x| + 1 \\ x < 1. \end{cases}$$

ii) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $2^{|x+1|} \cdot 2^{-x} - 2 \geq 0$ .

---

- 4) i) Determinate  $k \in \mathbb{N}$  tale che la pendenza della retta  $r$  passante per i punti

$$P_k = (2, 2 + \frac{1}{k}) \quad \text{e} \quad Q = (-3, 0)$$

$$\text{risulti } m = \frac{1}{2}.$$

ii) Sia  $P_k$  il punto determinato in i).

- a) Scrivete l'equazione della retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $P_k$ .  
 b) Rappresentate graficamente la retta  $r$  e la retta  $r'$ .
- 

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2}{e^x(x+2)}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 1)$ . Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .

- iii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

- iv) Calcolate  $\int_1^3 e^x f(x) dx$ .
- 

- 6) Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = x^6 + x^2 - 1$ . È ben definita su  $[0, 1]$  la funzione  $\frac{1}{f(x)}$ ? Motivate la risposta.
-