

COGNOME \_\_\_\_\_  
 NOME \_\_\_\_\_  
 MATRICOLA | | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| - 2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
 iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione  $f$ .  
 iv) Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto |f(x)| - 1$  e  $x \mapsto |f(x) - 1|$  per  $x \in \mathbb{R}$ .

2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_3 x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate (usando il grafico di  $f$ ) che  $f$  non è iniettiva. È suriettiva?  
 iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa  $g^{-1}$  di  $g$ .  
 iv) Determinate  $f(]1, +\infty[)$  e  $g(]1, +\infty[)$ .  
 v) Determinate, per  $x \in ]1, +\infty[$ , la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .

3) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$1 + |x - 4| < 3; \quad |4x^2 - 1| \geq 3; \quad x + x|x| > -2; \quad x^2 - 3|x + 1| = 1.$$

4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

i)  $2^{-x} \cdot 2^{x^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} > 0; \quad \frac{e^x \cdot e^{x^2+1}}{e^{2x}} \leq e^3; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|} < 4^{-1};$

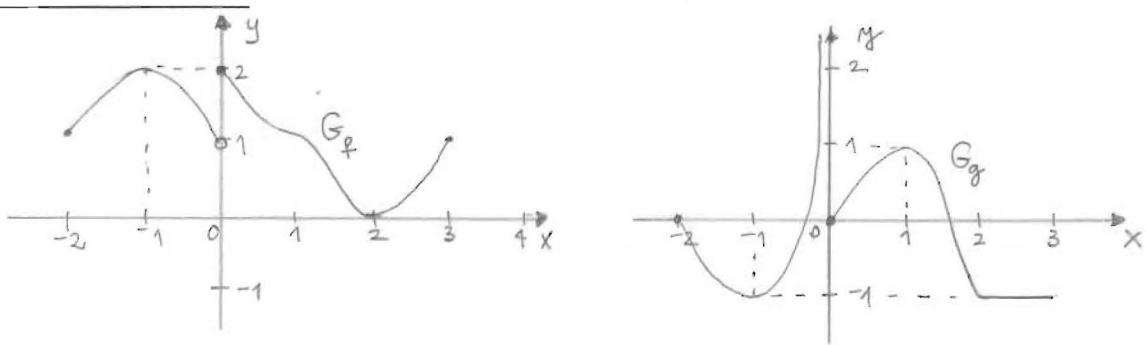
ii)  $\log_{\frac{1}{3}}|x-4| > 2; \quad x^2 \log_{\frac{1}{3}}3 - x \log_4 \frac{1}{16} + \log e^2 \leq 0; \quad \log_3(4-x) + \log_{\frac{1}{3}}(x+3) \leq 0.$

5) Siano  $f, g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni rappresentate in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se  $f$  e  $g$  sono funzioni limitate.

ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  su  $[-2, 3]$ , e gli eventuali punti di minimo e di massimo.  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!

iii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(0)$ ,  $(fg)(3)$ ,  $(\frac{f}{g})(0)$  e  $(\frac{g}{f})(0)$ .



COGNOME \_\_\_\_\_

NON SCRIVERE QUI

NOME \_\_\_\_\_

B

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

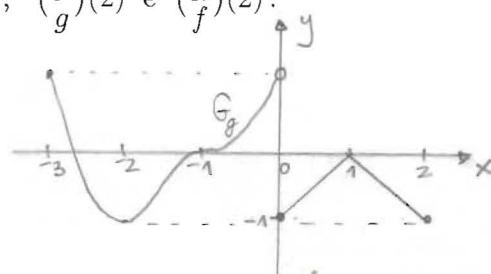
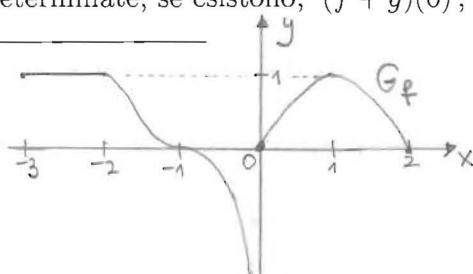
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \\ |x - 1| - 2 & \text{se } x \geq -1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
 iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione  $f$ .  
 iv) Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto |f(x)| - 1$  e  $x \mapsto |f(x) - 1|$  per  $x \in \mathbb{R}$ .

2) Siano  $f, g : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se  $f$  e  $g$  sono funzioni limitate.  
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di  $g$  su  $[-3, 2]$ , e gli eventuali punti di minimo e di massimo.  $g$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!

- iii) Determinate, se esistono,  $(f + g)(0)$ ,  $(fg)(0)$ ,  $(\frac{f}{g})(2)$  e  $(\frac{g}{f})(2)$ .



3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} -2\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ 2^x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 3x - 3 & \text{se } x \leq 1 \\ \log_2 x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

ii) Verificate (usando il grafico di  $f$ ) che  $f$  non è iniettiva. È suriettiva?

iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa  $g^{-1}$  di  $g$ .

iv) Determinate  $f([2, +\infty[)$  e  $g([2, +\infty[)$ .

v) Determinate, per  $x \in [2, +\infty[$ , la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .

---

4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$|x+3| - 1 \leq 2; \quad |x(x-2)| > 3; \quad x - 2x|x| \leq -1; \quad x^2 - 2|x-3| = -3.$$

---

5) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

i)  $\left(\frac{1}{e}\right)^{-|x-4|} < e; \quad \frac{2^x \cdot 2^{x^2-1}}{2^{4x}} > 8; \quad 3^{-x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} - 3^{-4x} \leq 0;$

ii)  $x^2 \log_4 \frac{1}{4} - x \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log e^4 \leq 0; \quad \log_{\frac{1}{4}} |x-2| > -2; \quad \log(3-x) + \log_{\frac{1}{e}} (x+4) \geq 0.$ 

---

COGNOME \_\_\_\_\_

NON SCRIVERE QUI

NOME \_\_\_\_\_

C

MATRICOLA | | | | | | |

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

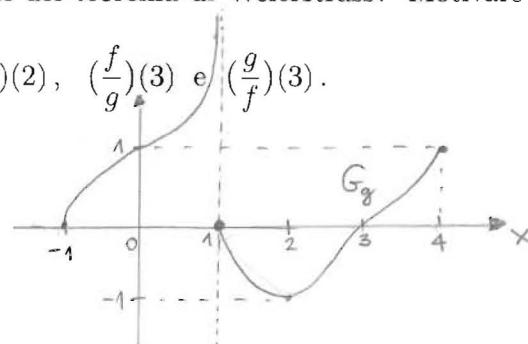
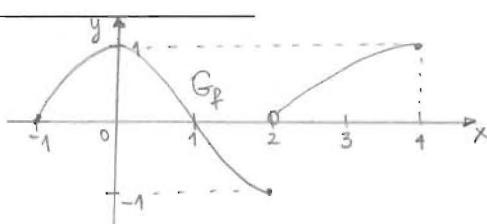
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ |x - 1| - 1 & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
 iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione  $f$ .  
 iv) Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto |f(x)| - 1$  e  $x \mapsto |f(x) - 1|$  per  $x \in \mathbb{R}$ .

2) Siano  $f, g : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se  $f$  e  $g$  sono funzioni limitate.  
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  su  $[-1, 4]$ , e gli eventuali punti di minimo e di massimo.  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!

- iii) Determinate, se esistono,  $(f + g)(0)$ ,  $(fg)(2)$ ,  $(\frac{f}{g})(3)$  e  $(\frac{g}{f})(3)$ .



3) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni e/o disequazioni:

---

$$|x(x-3)| \leq 4; \quad 2|x-3| + 1 > 5; \quad x - 2x|x| \geq -1; \quad x^2 + 2|x-3| = -3.$$

---

4) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{se } x \leq 1 \\ \log_4 x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate (usando il grafico di  $f$ ) che  $f$  non è iniettiva. È suriettiva?  
iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa  $g^{-1}$  di  $g$ .  
iv) Determinate  $f([1, +\infty[)$  e  $g([1, +\infty[)$ .  
v) Determinate, per  $x \in ]1, +\infty[$ , la funzione composta  $(f \circ g)(x)$ .
- 

---

5) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

i)  $\left(\frac{1}{e}\right)^{-|x-4|} \geq e; \quad \frac{2^x \cdot 2^{x^2-1}}{4^{2x}} \leq 8; \quad 3^{-x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} - 3^{-4x} > 0;$   
ii)  $x^2 \log_4 \frac{1}{4} - x \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log e^4 > 0; \quad \log_4 |x-3| < -1; \quad \log(2-x) + \log_{\frac{1}{e}}(x+4) \geq 0.$ 

---

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

---

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

**È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti;** al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

**Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio.** Non usate il colore rosso.

---

1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ -\frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .  
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione  $f$ .  
iv) Rappresentate graficamente le funzioni  $x \mapsto |f(x)| - 1$  e  $x \mapsto |f(x) - 1|$  per  $x \in \mathbb{R}$ .
- 

2) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$1 + |x - 3| > 4; \quad |4x^2 - 1| < 3; \quad x - x|x| \geq -2; \quad x^2 + 3|x + 1| = 1.$$

---

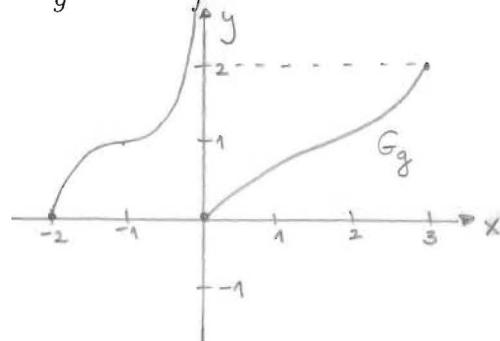
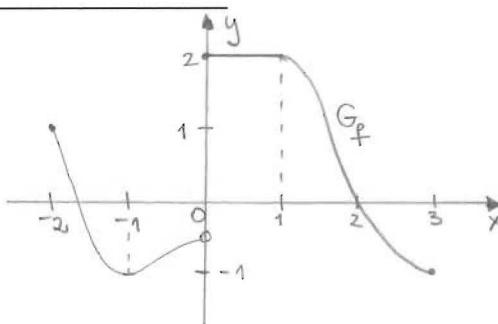
- 3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_2 x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate (usando il grafico di  $f$ ) che  $f$  non è iniettiva. È suriettiva?  
 iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa  $g^{-1}$  di  $g$ .  
 iv) Determinate  $f(]1, +\infty[)$  e  $g(]1, +\infty[)$ .  
 v) Determinate, per  $x \in ]1, +\infty[$ , la funzione composta  $(g \circ f)(x)$ .
- 

- 4) Siano  $f, g : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se  $f$  e  $g$  sono funzioni limitate.  
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di  $f$  su  $[-2, 3]$ , e gli eventuali punti di minimo e di massimo.  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!  
 iii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(0)$ ,  $(fg)(3)$ ,  $(\frac{f}{g})(0)$  e  $(\frac{g}{f})(0)$ .
- 



- 5) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned} \text{i) } 2^{-x} \cdot 2^{x^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} &\leq 0; & \frac{e^x \cdot e^{x^2-1}}{e^{2x}} &> e^3; & \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-3|} &< 9^{-1}; \\ \text{ii) } \log_{\frac{1}{3}} |x-5| &> 2; & x^2 \log_{\frac{1}{3}} 3 - x \log_4 \frac{1}{16} + \log e^2 &> 0; & \log_3(3-x) + \log_{\frac{1}{3}}(x+4) &\leq 0. \end{aligned}$$


---