

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| - 2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione f .
iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto |f(x)| - 1$ e $x \mapsto |f(x) - 1|$ per $x \in \mathbb{R}$.
-

- 2) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_3 x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate (usando il grafico di f) che f non è iniettiva. È suriettiva?
iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa g^{-1} di g .
iv) Determinate $f([1, +\infty[)$ e $g([1, +\infty[)$.
v) Determinate, per $x \in]1, +\infty[$, la funzione composta $(g \circ f)(x)$.
-

3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$1 + |x - 4| < 3; \quad |4x^2 - 1| \geq 3; \quad x + x|x| > -2; \quad x^2 - 3|x + 1| = 1.$$

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\text{i)} \quad 2^{-x} \cdot 2^{x^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} > 0; \quad \frac{e^x \cdot e^{x^2+1}}{e^{2x}} \leq e^3; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|} < 4^{-1};$$

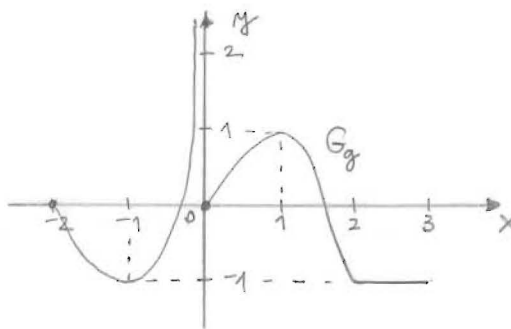
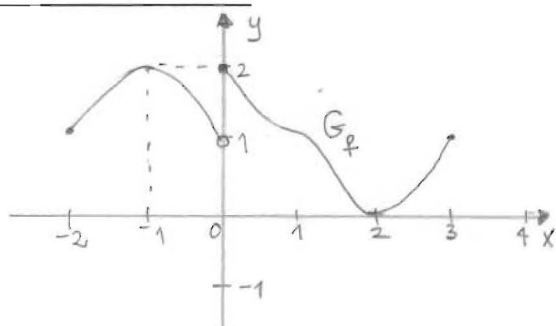
$$\text{ii)} \quad \log_{\frac{1}{3}} |x-4| > 2; \quad x^2 \log_{\frac{1}{3}} 3 - x \log_4 \frac{1}{16} + \log e^2 \leq 0; \quad \log_3(4-x) + \log_{\frac{1}{3}}(x+3) \leq 0.$$

5) Siano $f, g: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura.

i) Dite (motivando la risposta) se f e g sono funzioni limitate.

ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f su $[-2, 3]$, e gli eventuali punti di minimo e di massimo. f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!

iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $(fg)(3)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(0)$ e $\left(\frac{g}{f}\right)(0)$.



COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

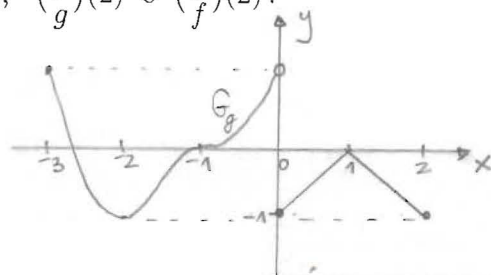
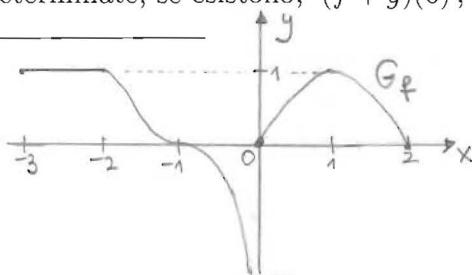
- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} & \text{se } x < -1 \\ |x - 1| - 2 & \text{se } x \geq -1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
 iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione f .
 iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto |f(x)| - 1$ e $x \mapsto |f(x) - 1|$ per $x \in \mathbb{R}$.

- 2) Siano $f, g : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se f e g sono funzioni limitate.
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di g su $[-3, 2]$, e gli eventuali punti di minimo e di massimo. g soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!
 iii) Determinate, se esistono, $(f + g)(0)$, $(fg)(0)$, $(\frac{f}{g})(2)$ e $(\frac{g}{f})(2)$.



3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} -2\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ 2^x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 3x - 3 & \text{se } x \leq 1 \\ \log_2 x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

ii) Verificate (usando il grafico di f) che f non è iniettiva. È suriettiva?

iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa g^{-1} di g .

iv) Determinate $f([2, +\infty[)$ e $g([2, +\infty[)$.

v) Determinate, per $x \in [2, +\infty[$, la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

4) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$|x + 3| - 1 \leq 2; \quad |x(x - 2)| > 3; \quad x - 2x|x| \leq -1; \quad x^2 - 2|x - 3| = -3.$$

5) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\text{i) } \left(\frac{1}{e}\right)^{-|x-4|} < e; \quad \frac{2^x \cdot 2^{x^2-1}}{2^{4x}} > 8; \quad 3^{-x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} - 3^{-4x} \leq 0;$$

$$\text{ii) } x^2 \log_4 \frac{1}{4} - x \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log e^4 \leq 0; \quad \log_{\frac{1}{4}} |x-2| > -2; \quad \log(3-x) + \log_{\frac{1}{e}}(x+4) \geq 0.$$

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

C

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

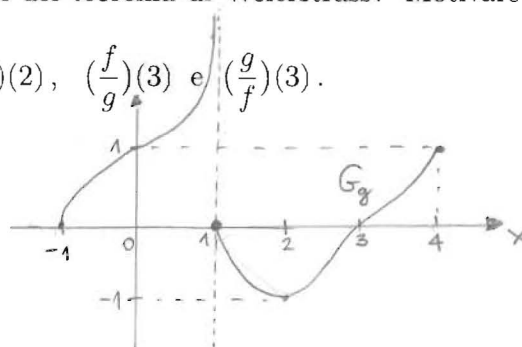
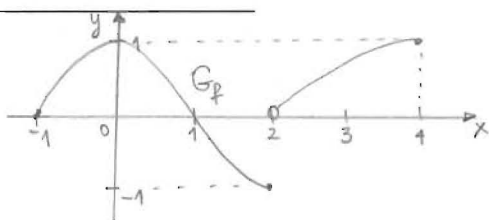
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ |x - 1| - 1 & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione f .
iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto |f(x)| - 1$ e $x \mapsto |f(x) - 1|$ per $x \in \mathbb{R}$.

- 2) Siano $f, g : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se f e g sono funzioni limitate.
ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f su $[-1, 4]$, e gli eventuali punti di minimo e di massimo. f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!

- iii) Determinate, se esistono, $(f + g)(0)$, $(fg)(2)$, $(\frac{f}{g})(3)$ e $(\frac{g}{f})(3)$.



3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$|x(x-3)| \leq 4; \quad 2|x-3|+1 > 5; \quad x-2x|x| \geq -1; \quad x^2+2|x-3| = -3.$$

4) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{se } x \leq 1 \\ \log_4 x & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

ii) Verificate (usando il grafico di f) che f non è iniettiva. È suriettiva?

iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa g^{-1} di g .

iv) Determinate $f([1, +\infty[)$ e $g([1, +\infty[)$.

v) Determinate, per $x \in]1, +\infty[$, la funzione composta $(f \circ g)(x)$.

5) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\text{i) } \left(\frac{1}{e}\right)^{-|x-4|} \geq e; \quad \frac{2^x \cdot 2^{x^2-1}}{4^{2x}} \leq 8; \quad 3^{-x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} - 3^{-4x} > 0;$$

$$\text{ii) } x^2 \log_4 \frac{1}{4} - x \log_{\frac{1}{2}} 8 + \log e^4 > 0; \quad \log_4 |x-3| < -1; \quad \log(2-x) + \log_{\frac{1}{e}}(x+4) \geq 0.$$

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 13 NOVEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} |x+1| - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ -\frac{1}{x^2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
iii) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della funzione f .
iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto |f(x)| - 1$ e $x \mapsto |f(x) - 1|$ per $x \in \mathbb{R}$.
-

- 2) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$1 + |x - 3| > 4; \quad |4x^2 - 1| < 3; \quad x - x|x| \geq -2; \quad x^2 + 3|x + 1| = 1.$$

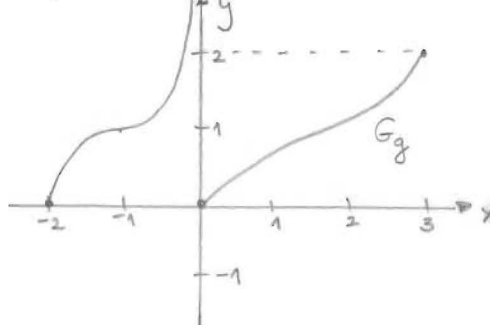
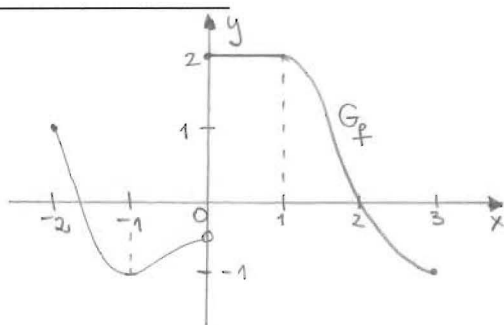
- 3) i) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt[3]{x+1} & \text{se } x \leq 0 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \log_2 x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- ii) Verificate (usando il grafico di f) che f non è iniettiva. È suriettiva?
 iii) Rappresentate graficamente la funzione inversa g^{-1} di g .
 iv) Determinate $f([1, +\infty[)$ e $g([1, +\infty[)$.
 v) Determinate, per $x \in]1, +\infty[$, la funzione composta $(g \circ f)(x)$.

- 4) Siano $f, g: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni rappresentate in figura.

- i) Dite (motivando la risposta) se f e g sono funzioni limitate.
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e il minimo di f su $[-2, 3]$, e gli eventuali punti di minimo e di massimo. f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass? Motivare la risposta!
 iii) Determinate, se esistono, $(f+g)(0)$, $(fg)(3)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(0)$ e $\left(\frac{g}{f}\right)(0)$.



- 5) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

i) $2^{-x} \cdot 2^{x^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3x} \leq 0$; $\frac{e^x \cdot e^{x^2-1}}{e^{2x}} > e^3$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x-3|} < 9^{-1}$;

ii) $\log_{\frac{1}{3}} |x-5| > 2$; $x^2 \log_{\frac{1}{3}} 3 - x \log_4 \frac{1}{16} + \log e^2 > 0$; $\log_3(3-x) + \log_{\frac{1}{3}}(x+4) \leq 0$.