Università di Trento — Facoltà di Scienze Cognitive
CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
a.a. 2009/2010 — Rovereto, 14 – 18 settembre 2009

1) i) non $[(\mathcal{A} \text{ e } \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C}]$ $\Leftrightarrow$ non $[\text{non}(\mathcal{A} \text{ e } \mathcal{B}) \text{ o } \mathcal{C}]$

$\Leftrightarrow (\mathcal{A} \text{ e } \mathcal{B}) \text{ e } (\text{non } \mathcal{C})$ □

ii) non $[\exists x \in \mathbb{N} : (3x-1>2 \text{ e } x^2 \leq 4)] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [\forall x \in \mathbb{N}, \text{ non } (3x-1>2 \text{ e } x^2 \leq 4)]$

$\Leftrightarrow [\forall x \in \mathbb{N}, \text{ non}(3x-1>2) \text{ o non}(x^2 \leq 4)]$

$\Leftrightarrow [\forall x \in \mathbb{N}, (3x-1 \leq 2) \text{ o } (x^2>4)]$.

La proposizione $\mathcal{A}$ = "$[\exists x \in \mathbb{N} : x>1 \text{ e } x^2 \leq 4]$" è vera: basta prendere $x=2$. Quindi non $\mathcal{A}$ è falsa. ■

2) a) "Esiste almeno un docente della Facoltà di SC a Rovereto che non si è laureato all'Università di Padova e nemmeno all'Università di Bologna." □

b) "Il primo semestre la studentessa Lisa Incognita lavora con serietà per l'esame del corso di AM e al primo appello d'esame non lo supera." □

c) "Vengo a farti una visita a Natale e non riesco a laurearmi entro Novembre o riesco a laurearmi entro novembre e non vengo a farti una visita a Natale". ■

3) i) a) "C'è almeno un esame del Corso di Laurea in STPC che richiede molto studio."

b) "C'è almeno un Corso di Laurea in cui l'esame di Analisi Matematica richiede molto studio." □

ii) a) "Per ogni enciclopedia esiste almeno una libreria a Milano che la vende scontata".

b) "C'è almeno una libreria a Parigi che vende scontate tutte le enciclopedie".

c) "In ogni città esiste una libreria che vende scontate tutte le enciclopedie".

d) "C'è almeno una enciclopedia che in tutte le librerie di tutte le città viene venduta scontata".

4) a) non$[\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{Z}, \ y + x \geq 0] \Leftrightarrow [\exists x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{Z} : \ y + x < 0]$

e questa proposizione è vera! Basta prendere, per esempio, $x = 1$ e $y = -2$.

Quindi la proposizione in a) è (F).

b) (V) Infatti, $\forall x \in \mathbb{Z}$ basta prendere $y = 1$ e si ha $x(y-1) = x \cdot 0 = 0$.

c) non$[\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{R}, \ y^2 > x] \Leftrightarrow [\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{R} : \ y^2 \leq x]$

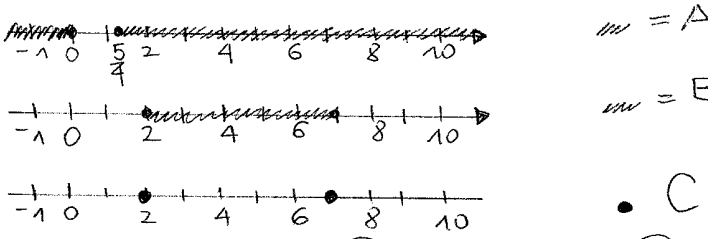
Osserviamo che questa proposizione è vera: infatti per un $x \in \mathbb{N}$ qualsiasi, basta prendere $y = 0$ e si ha $y^2 = 0 \leq x$.

Quindi la proposizione in c) è (F).

d) (V) Infatti, basta $x = y = 0$ (o qualunque altra $x, y \in \mathbb{R}$) che risolve la disequazione.

5) $A = \{x \in \mathbb{R} : x(4x-5) \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x \geq 5/4\}$

a)



b) $1 \in A$ (F) $\quad -2 \in A$ (V) $\quad B \subseteq C$ (F) $\quad C \subseteq B$ (V)

$\frac{5}{4} \subset A$ (F) (è falsa la scrittura!) $\quad \frac{1}{2} \in B$ (F).