

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

A

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 8 GENNAIO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-1} \cdot 3^x}{3^{-|x|}} < \frac{1}{9}; \quad \log_2(x+1) \cdot \log_3\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 0.$$

2) i) Calcolate $\sum_{k=1}^5 \log_{\frac{1}{2}} 2^k$; $\sum_{n=2}^7 e^n \cdot e^{1-n}$.

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\int_1^{\frac{3}{2}} e^{-x^2} dx + \int_2^{\frac{3}{2}} e^{-x^2} dx + \int_3^{\frac{7}{2}} e^{-x^2} dx + \int_4^{\frac{7}{2}} e^{-x^2} dx + \dots + \int_{21}^{\frac{43}{2}} e^{-x^2} dx + \int_{22}^{\frac{43}{2}} e^{-x^2} dx.$$

iii) Calcolate $\int_{-4}^{-2} \left(\frac{x^2-1}{x} + e^{-2x} \right) dx$.

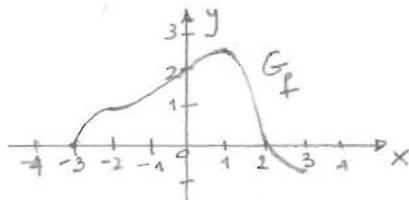
iv) Determinate la funzione primitiva $G(x)$ di $f(x) = \sqrt[3]{x}$ tale che $G(1) = 1$.

- 3) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.

i) Determinate il segno di F .

ii) Determinate gli intervalli di monotonia della F . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iii) Determinate gli intervalli di convessità/concavità della F . Tracciate un grafico qualitativo di F .



- 4) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano una funzione $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e derivabile che soddisfa le proprietà seguenti:

i) $\int_{-2}^4 f(x) dx > 0$;

ii) $f'(x) = 0$ per ogni $x \in [-2, 0]$, $f'(x) < 0$ in $]0, 3[$, $f'(3) = 0$;

iii) $f(x) < 0$ in $]3, 4]$.

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{2x^2 - x^3}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(3, -\frac{1}{9})$. Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .

iii) Provate che $f(x) = \frac{x+2}{4x^2} + \frac{1}{4(2-x)}$.

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta $x = 5$.

- 6) Dite in quanti modi potete disporre in fila 6 palline rosse, 7 palline blu e 3 palline gialle se nei primi due posti dovete mettere 2 palline rosse e nell'ultimo posto una pallina blu.

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

NON SCRIVERE QUI

B

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 8 GENNAIO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-1} \cdot 2^x}{2^{-|x|}} \leq \frac{1}{4}; \quad \log_2(x+2) \cdot \log_3\left(x + \frac{1}{3}\right) < 0.$$

2) i) Calcolate $\sum_{k=1}^6 \log_{\frac{1}{3}} 3^k$; $\sum_{n=2}^5 2^{-n} \cdot 2^{1+n}$.

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\int_1^{\frac{1}{2}} e^{-x^2} dx + \int_2^{\frac{5}{2}} e^{-x^2} dx + \int_3^{\frac{5}{2}} e^{-x^2} dx + \int_4^{\frac{9}{2}} e^{-x^2} dx + \dots + \int_{21}^{\frac{41}{2}} e^{-x^2} dx + \int_{22}^{\frac{45}{2}} e^{-x^2} dx.$$

iii) Calcolate $\int_{-4}^{-2} \left(\frac{x^4 - 1}{x} + e^{-3x} \right) dx$.

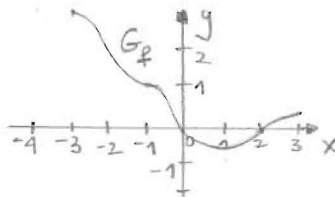
iv) Determinate la funzione primitiva $G(x)$ di $f(x) = \sqrt[5]{x}$ tale che $G(1) = 1$.

- 3) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-3}^x f(t) dt$.

i) Determinate il segno di F .

ii) Determinate gli intervalli di monotonia della F . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iii) Determinate gli intervalli di convessità/concavità della F . Tracciate un grafico qualitativo di F .



- 4) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano una funzione $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ continua e derivabile che soddisfa le proprietà seguenti:

i) $\int_{-2}^4 f(x) dx < 0$;

ii) $f'(x) = 0$ per ogni $x \in [-2, 1]$, $f'(x) > 0$ in $]1, 3[$, $f'(3) = 0$;

iii) $f(x) > 0$ in $]3, 4]$.

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{x^3 - 2x^2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(3, \frac{1}{9})$. Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .

iii) Provate che $f(x) = \frac{-x-2}{4x^2} + \frac{1}{4(x-2)}$.

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta tangente r e dalla retta $x = 4$.

- 6) Dite in quanti modi potete disporre in fila 6 palline rosse, 5 palline blu e 4 palline gialle se nei primi due posti dovete mettere 2 palline gialle e nell'ultimo posto una pallina blu.