

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 18 DICEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log_2(1 - |x - 2|) - \log_2(x^2 + 1) \leq 1;$$

$$\frac{e^{x^2 - |x+1|} e^2}{e^{x+1}} > 1.$$

2) i) Calcolate $\sum_{k=1}^5 \left(\frac{k^2 - 1}{k + 1} \right); \quad \sum_{n=1}^7 \int_n^{n+\frac{1}{2}} 3 dx.$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$-\frac{4}{3} + \frac{8}{7} - \frac{16}{15} + \cdots - \frac{256}{255}.$$

iii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-2}^{-1} \frac{x^4 - x^3 + 1}{x} dx; \quad \int_0^1 \left(2e^{2x} + \frac{2^x}{2^x + 2} \right) dx; \quad \int_{-2}^2 (||x + 1| - 2| + \sqrt[3]{x}) dx.$$

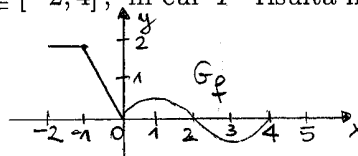
3) Sia $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\int_{-2}^4 f(x) dx$.

ii) Determinate il segno della funzione derivata prima f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

iii) Sia $F : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iv) Determinate il più grande intervallo $[a, b] \subseteq [-2, 4]$, in cui F risulta iniettiva.



4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{se } x < -1 \\ |(x-1)^3 + 1| & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2^{-x+1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della f .

iii) Determinate gli eventuali asintoti di f .

iv) Rappresentate graficamente la funzione f .

v) Dite, motivando la risposta, se è vero o falsa che $\int_0^1 f(x) dx \leq 1$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{-3x - 2x^2}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 0)$.

iii) Provate che $F(x) = e^{-x}(2x^2 + 7x + 7)$ è una funzione primitiva di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = -1$.

6) Quanti numeri di 5 cifre potete formare con le cifre 1, 2, 2, 7 e 8?

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 18 DICEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate $\sum_{k=2}^8 \left(\frac{k+1}{k^2-1} \right)$; $\sum_{n=1}^8 \int_{n-\frac{1}{2}}^n 4 \, dx$.

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\frac{4}{3} - \frac{8}{7} + \frac{16}{15} - \cdots + \frac{256}{255}.$$

iii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^1 \left(-e^{-x} + \frac{3^x}{3^x+1} \right) dx; \quad \int_{-3}^{-1} \frac{x^5 - x^3 - 1}{x} dx; \quad \int_{-2}^3 (||x+1|-2| + \sqrt[3]{x}) dx.$$

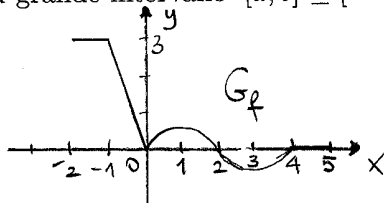
2) Sia $f : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\int_{-2}^5 f(x) \, dx$.

ii) Determinate il segno della funzione derivata prima f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

iii) Sia $F : [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iv) Determinate il più grande intervallo $[a, b] \subseteq [-2, 5]$, in cui F risulta iniettiva.



3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log_2(1 - |x - 2|) - 1 \leq \log_2(x^2 + 1); \quad \frac{e^{x^2 - |x+2|} e^{-2}}{e^{x-1}} > 1.$$

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+1} & \text{se } x < -1 \\ |(x-1)^3 + 1| & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 2^{-x+1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della f .

iii) Determinate gli eventuali asintoti di f .

iv) Rappresentate graficamente la funzione f .

v) Dite, motivando la risposta, se è vero o falsa che $\int_0^1 f(x) dx \leq 1$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{3x + 2x^2}{e^x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 0)$.

iii) Provate che $F(x) = e^{-x}(-2x^2 - 7x - 7)$ è una funzione primitiva di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = 2$.

6) Quanti sono i possibili acquisti di 3 riviste sportive se in un'edicola potete scegliere tra 12 riviste di questo tipo?

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 18 DICEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ore**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Calcolate $\sum_{k=2}^8 \left(\frac{k-1}{k^2-1} \right); \quad \sum_{n=1}^8 \int_{n-\frac{1}{2}}^n 5 \, dx.$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$-\frac{3}{2} + \frac{9}{8} - \frac{27}{26} + \cdots - \frac{243}{242}.$$

iii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^1 \left(-e^{-x} - \frac{2^x}{2^x+1} \right) dx; \quad \int_{-3}^{-1} \frac{x^5 - x^2 + 1}{x} dx; \quad \int_{-2}^4 (||x+1|-2| - \sqrt[3]{x}) dx.$$

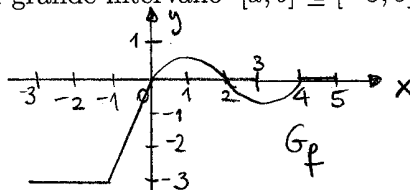
2) Sia $f : [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\int_{-3}^5 f(x) \, dx.$

ii) Determinate il segno della funzione derivata prima f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

iii) Sia $F : [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iv) Determinate il più grande intervallo $[a, b] \subseteq [-3, 5]$, in cui F risulta iniettiva.



3) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log_3(2 - |x - 1|) - 1 \leq \log_3(x^2 + 1);$$

$$\frac{e^{x^2+|x+1|}e^{-1}}{e^{x+1}} < 1.$$

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{(x+1)^2} & \text{se } x < -1 \\ |(x-1)^3 + 1| & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 3^{-x+1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della f .

iii) Determinate gli eventuali asintoti di f .

iv) Rappresentate graficamente la funzione f .

v) Dite, motivando la risposta, se è vero o falsa che $\int_0^1 f(x) dx \leq 1$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{3x + 2x^2}{e^{-x}}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 0)$.

iii) Provate che $F(x) = e^x(2x^2 - x + 1)$ è una funzione primitiva di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = -1$.

6) Quanti sono i possibili acquisti di 4 quotidiani se in un'edicola potete scegliere tra 10 quotidiani offerti?

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

TERZA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 18 DICEMBRE 2009

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE** ore.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\log_2(2 - |x - 1|) - \log_2(x^2 + 1) \leq 1;$$

$$\frac{e^{x^2+|x+1|}e^{-1}}{e^{x+1}} > 1.$$

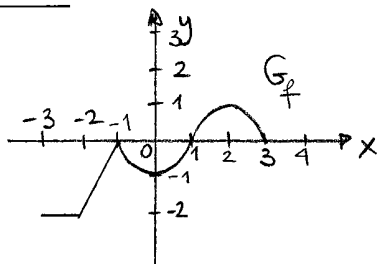
- 2) Sia $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

ii) Determinate il segno della funzione derivata prima f' , dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

iii) Sia $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale di f . Determinate gli eventuali massimi e minimi locali (e i rispettivi punti di massimo e di minimo locali) di F .

iv) Determinate il più grande intervallo $[a, b] \subseteq [-3, 3]$, in cui F risulta iniettiva.



3) i) Calcolate $\sum_{k=2}^7 \left(\frac{k^2 - 1}{k - 1} \right); \quad \sum_{n=1}^7 \int_n^{n+\frac{1}{3}} 4 \, dx.$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione:

$$\frac{3}{2} - \frac{9}{8} + \frac{27}{26} - \cdots + \frac{243}{242}.$$

iii) Calcolate i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-3}^{-1} \frac{x^5 + x^2 - 1}{x} \, dx; \quad \int_0^1 \left(\frac{4^x}{4^x + 2} - 3e^{3x} \right) \, dx; \quad \int_{-2}^2 (||x + 1| - 3| + \sqrt[3]{x}) \, dx.$$

4) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{se } x \leq -1 \\ |\log_2(x + 1)| & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ |x - 2| & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$

ii) Determinate gli eventuali punti di discontinuità della f .

iii) Determinate gli eventuali asintoti di f .

iv) Rappresentate graficamente la funzione f .

v) Dite, motivando la risposta, se è vero o falsa che $\int_0^1 f(x) \, dx \leq 1$.

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{(-3x - 2x^2)}{e^{-x}}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(0, 0)$.

iii) Provate che $F(x) = (-2x^2 + x - 1)e^x$ è una funzione primitiva di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = 1$.

6) Quanti numeri di 6 cifre potete formare con le cifre 4, 8, 7, 7, 9 e 9?
