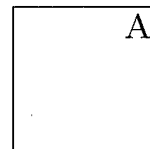


COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 9 GIUGNO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 4x}{|x + 3|} < 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2^{|x^2 - 3x|} - 16 \leq 0\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

ii) Determinate gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$.

iii) Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

iv) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro $C = (-2, 0)$ contenute in $A \times B$.

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a) $\mathbb{R} \setminus A$ è un insieme limitato;
- b) $[-2, -1] \times \{1\} \subset A \times B$;
- c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1\} \cap (A \times B) = \emptyset$.

2) i) Determinate l'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$ tale che essa abbia vertice $V = (1, 4)$ e passi per l'origine degli assi cartesiane.

ii) Determinate l'equazioni delle rette orizzontali che non intersecano la parabola.

iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dalla parabola e dalla retta di equazione $y = -12$.

- 3) i) Calcolate $\log_2 \frac{1}{4}$, $\log_2 \frac{1}{2}$, $\log_2 1$, $\log_2 2$, $\log_2 4$ e $\log_2 8$.
 ii) Rappresentate graficamente le funzioni $f : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g :]-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -4 \leq x \leq -2 \\ -2x - 2 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ -2 + \log_2(x+1) & \text{se } x > 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ |x| & \text{se } -1 < x < 0 \\ \frac{1}{3}x & \text{se } 0 \leq x < 3. \end{cases}$$

- iii) Provate che f non è iniettiva.
 iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .
 v) Determinate $g[-\infty, 3[$. Dite se g è suriettiva.
 vi) Determinate, se esistono, il massimo (risp. minimo) e i punti di massimo (risp. punti di minimo) di g su $] -\infty, 3[$.
 vii) Determinate, se esistono, $(f+g)(1)$, $(fg)(0)$, $(\frac{f}{g})(-1)$, e $(\frac{g}{f})(-1)$.

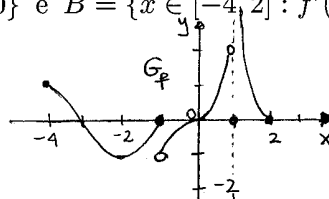
- 4) Sia $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Determinate $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

ii) Dite se f è limitata.

iii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in [-4, 2] : f(x) = 0\}$ e $B = \{x \in [-4, 2] : f'(x) = 0\}$.

iv) Determinate il segno di $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$.



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (2x^2 - 3x)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(1, -e)$. Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .

iii) Provate che $F(x) = (2x^2 - 7x + 7)e^x$ è una funzione primitiva di f .

iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = -2$.

- 6) i) Calcolate $\sum_{n=1}^5 (-1)^n f(\frac{1}{n})$ se $f(x) = x^2 - 1$.

ii) Calcolate $\sum_{k=1}^4 C_{4,k}$.

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CdL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 9 GIUGNO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 4x}{|x + 2|} < 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2^{|x^2 - 3x|} - 16 \geq 0\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

ii) Determinate gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$.

iii) Rappresentate graficamente l'insieme $A \times B$.

iv) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro $C = (-1, 5)$ contenute in $A \times B$.

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $\mathbb{R} \setminus B$ è un insieme limitato;

b) $] -2, -1] \times \{4\} \subset A \times B$;

c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1\} \cap (A \times B) = \emptyset$.

2) i) Determinate l'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$ tale che essa abbia vertice $V = (1, -4)$ e passi per l'origine degli assi cartesiane.

ii) Determinate l'equazioni delle rette orizzontali che non intersecano la parabola.

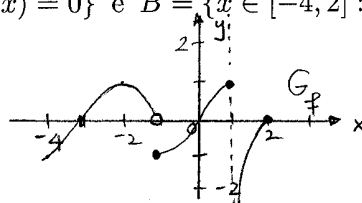
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dalla parabola e dalla retta di equazione $y = 12$.

- 3) i) Calcolate $\log_2 \frac{1}{4}$, $\log_2 \frac{1}{2}$, $\log_2 1$, $\log_2 2$, $\log_2 4$ e $\log_2 8$.
 ii) Rappresentate graficamente le funzioni $f :]-\infty, 3[\rightarrow \mathbb{R}$ e $g : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ |x| & \text{se } -1 < x < 0 \\ \frac{1}{3}x & \text{se } 0 \leq x < 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -4 \leq x \leq -2 \\ -2x - 2 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ -2 + \log_2(x+1) & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- iii) Provate che f non è iniettiva.
 iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della f .
 v) Determinate $g([-4, +\infty[)$. Dite se g è suriettiva.
 vi) Determinate, se esistono, il massimo (risp. minimo) e i punti di massimo (risp. punti di minimo) di g su $[-4, +\infty[$.
 vii) Determinate, se esistono, $(f+g)(1)$, $(fg)(0)$, $(\frac{f}{g})(-1)$, e $(\frac{g}{f})(-1)$.

- 4) Sia $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.
 i) Determinate $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
 ii) Dite se f è limitata.
 iii) Determinate gli insiemi $A = \{x \in [-4, 2] : f(x) = 0\}$ e $B = \{x \in [-4, 2] : f'(x) = 0\}$.
 iv) Determinate il segno di $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$.



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (-2x^2 + 3x)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente r al grafico di f nel punto $(1, e)$. Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della f .
 iii) Provate che $F(x) = (-2x^2 + 7x - 7)e^x$ è una funzione primitiva di f .
 iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $y = 0$ e $x = 1$.

- 6) i) Calcolate $\sum_{n=1}^5 (-1)^n f(\frac{1}{n})$ se $f(x) = -x^2 + 1$.
 ii) Calcolate $\sum_{k=1}^4 D_{4,k}$.