

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 9 GIUGNO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 4x}{|x+3|} < 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2^{|x^2 - 3x|} - 16 \leq 0\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .  
iii) Rappresentate graficamente l'insieme  $A \times B$ .  
iv) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro  $C = (-2, 0)$  contenute in  $A \times B$ .  
v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:  
a)  $\mathbb{R} \setminus A$  è un insieme limitato;  
b)  $[-2, -1] \times \{1\} \subset A \times B$ ;  
c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1\} \cap (A \times B) = \emptyset$ .

- 2) i) Determinate l'equazione della parabola  $y = ax^2 + bx + c$  tale che essa abbia vertice  $V = (1, 4)$  e passi per l'origine degli assi cartesiane.  
ii) Determinate l'equazioni delle rette orizzontali che non intersecano la parabola.  
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dalla parabola e dalla retta di equazione  $y = -12$ .

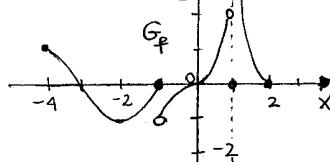
- 3) i) Calcolate  $\log_2 \frac{1}{4}$ ,  $\log_2 \frac{1}{2}$ ,  $\log_2 1$ ,  $\log_2 2$ ,  $\log_2 4$  e  $\log_2 8$ .  
ii) Rappresentate graficamente le funzioni  $f : [-4, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : ]-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -4 \leq x \leq -2 \\ -2x - 2 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ -2 + \log_2(x+1) & \text{se } x > 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ |x| & \text{se } -1 < x < 0 \\ \frac{1}{3}x & \text{se } 0 \leq x < 3. \end{cases}$$

- iii) Provate che  $f$  non è iniettiva.  
iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della  $f$ .  
v) Determinate  $g(]-\infty, 3[)$ . Dite se  $g$  è suriettiva.  
vi) Determinate, se esistono, il massimo (risp. minimo) e i punti di massimo (risp. punti di minimo) di  $g$  su  $]-\infty, 3[$ .  
vii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(1)$ ,  $(fg)(0)$ ,  $(\frac{f}{g})(-1)$ , e  $(\frac{g}{f})(-1)$ .
- 

- 4) Sia  $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

- i) Determinate  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .  
ii) Dite se  $f$  è limitata.  
iii) Determinate gli insiemi  $A = \{x \in [-4, 2] : f(x) = 0\}$  e  $B = \{x \in [-4, 2] : f'(x) = 0\}$ .  
iv) Determinate il segno di  $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$ .
- 



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (2x^2 - 3x)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(1, -e)$ . Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .  
iii) Provate che  $F(x) = (2x^2 - 7x + 7)e^x$  è una funzione primitiva di  $f$ .  
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e dalle rette di equazione  $y = 0$  e  $x = -2$ .
- 

- 6) i) Calcolate  $\sum_{n=1}^5 (-1)^n f(\frac{1}{n})$  se  $f(x) = x^2 - 1$ .  
ii) Calcolate  $\sum_{k=1}^4 C_{4,k}$ .
-

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CDL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 9 GIUGNO 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Determinate gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 4x}{|x+2|} < 0\} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2^{|x^2 - 3x|} - 16 \geq 0\},$$

e rappresentateli sulla retta reale.

- ii) Determinate gli insiemi  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .  
iii) Rappresentate graficamente l'insieme  $A \times B$ .  
iv) Determinate le equazioni delle circonferenze di centro  $C = (-1, 5)$  contenute in  $A \times B$ .  
v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:  
a)  $\mathbb{R} \setminus B$  è un insieme limitato;  
b)  $] -2, -1] \times \{4\} \subset A \times B$ ;  
c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1\} \cap (A \times B) = \emptyset$ .

- 2) i) Determinate l'equazione della parabola  $y = ax^2 + bx + c$  tale che essa abbia vertice  $V = (1, -4)$  e passi per l'origine degli assi cartesiane.  
ii) Determinate l'equazioni delle rette orizzontali che non intersecano la parabola.  
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dalla parabola e dalla retta di equazione  $y = 12$ .

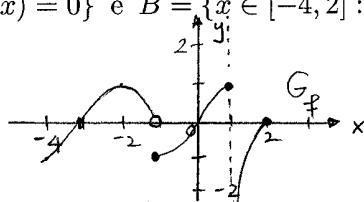
- 3) i) Calcolate  $\log_2 \frac{1}{4}$ ,  $\log_2 \frac{1}{2}$ ,  $\log_2 1$ ,  $\log_2 2$ ,  $\log_2 4$  e  $\log_2 8$ .  
ii) Rappresentate graficamente le funzioni  $f : ]-\infty, 3[ \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : [-4, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{se } x \leq -1 \\ |x| & \text{se } -1 < x < 0 \\ \frac{1}{3}x & \text{se } 0 \leq x < 3; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -4 \leq x \leq -2 \\ -2x - 2 & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ -2 + \log_2(x+1) & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

- iii) Provate che  $f$  non è iniettiva.  
iv) Determinate gli eventuali intervalli di monotonia della  $f$ .  
v) Determinate  $g([-4, +\infty[)$ . Dite se  $g$  è suriettiva.  
vi) Determinate, se esistono, il massimo (risp. minimo) e i punti di massimo (risp. punti di minimo) di  $g$  su  $[-4, +\infty[$ .  
vii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(1)$ ,  $(fg)(0)$ ,  $(\frac{f}{g})(-1)$ , e  $(\frac{g}{f})(-1)$ .
- 

- 4) Sia  $f : [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

- i) Determinate  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .  
ii) Dite se  $f$  è limitata.  
iii) Determinate gli insiemi  $A = \{x \in [-4, 2] : f(x) = 0\}$  e  $B = \{x \in [-4, 2] : f'(x) = 0\}$ .  
iv) Determinate il segno di  $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$ .
- 



- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia) la funzione definita da

$$f(x) = (-2x^2 + 3x)e^x$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente  $r$  al grafico di  $f$  nel punto  $(1, e)$ . Rappresentatela graficamente nello stesso sistema di riferimento della  $f$ .  
iii) Provate che  $F(x) = (-2x^2 + 7x - 7)e^x$  è una funzione primitiva di  $f$ .  
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e dalle rette di equazione  $y = 0$  e  $x = 1$ .
- 

- 6) i) Calcolate  $\sum_{n=1}^5 (-1)^n f(\frac{1}{n})$  se  $f(x) = -x^2 + 1$ .  
ii) Calcolate  $\sum_{k=1}^4 D_{4,k}$ .
-