

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 16 NOVEMBRE - 20 NOVEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) Provate che l'equazione $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4x + 3$ ha una soluzione $x_0 \in [-1, 0]$. Essa è unica?

Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]-1, 0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

- 2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{se } x < -2 \\ (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{3}{2} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

- ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f .

- iii) Studiate la continuità della funzione f .

- 3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3 - 1); \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} (2\sqrt{x} + \log x); \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{4 - x^2};$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{4 - x^2}; \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{|x| - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{|x| - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2^{x+1} - 1}{x};$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^{x+1} - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^3}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x^2} + 2}{e^{-x} + 3}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + x}{5 - x^2};$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 1}{2 - x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{1 - x^4}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{2^x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{2^x - 1}.$

4) Deducete dal grafico di $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;
- iii) i punti di discontinuità di f ;
- iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-2, -1]$ (resp. su $[-2, 2]$). Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[3, 4]$.

