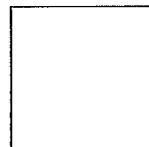


COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE - 27 NOVEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - x}{|x|}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + x}{x^2 + e^{2x}}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x^2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x^2}$ ;  
ii)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - |x|}{\log x - 2e^x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \log(1+x)}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{2+x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x^5)}{x^5}$ ;  
iii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1+|x|)}{e^x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+4x)}{x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{4x} - 1}{e^{\log(2x)}}$ .

2) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) delle seguenti funzioni

$f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definite da

$$f(x) = \frac{3x^2 + x}{1-x}; \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+2)^2} & \text{se } x < -2 \\ 1 & \text{se } x = -2 \\ |\log(x+2)| & \text{se } x > -2. \end{cases}$$

3) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

- a)  $f(x) = \frac{3}{x-1}$  nel punto  $(2, 3)$ ;  
b)  $g(x) = \sqrt[3]{x}$  nel punto  $(1, 1)$ ;  
c)  $h(x) = |x^2 - 2x|$  nel punto  $(1, 1)$ .

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni  $f$ ,  $g$  ed  $h$  e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

ii) Calcolate la pendenza della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti assegnati:

- a)  $f(x) = \sqrt{4x+1}$  nel punto  $(0, 1)$ ;  
b)  $g(x) = x^2 \log x$  nel punto  $(1, 0)$ ;  
c)  $h(x) = e^{-x^2+x}$  nel punto  $(1, 1)$ .

4) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a)  $4x^3 + x^{-5}$ ;  $\frac{1}{x^3} - e^x$ ;  $\frac{x^{-3}}{3-x}$ ;  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x+1}}$ ;

b)  $(e^{-x} + x)(\log_4 x + x^{-1})$ ;  $(x^{-\frac{1}{2}} + 2^x)(x + e^{2x})$ .

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(4x^2 + e^x)^{-3}$ ;  $e^{2x^2 - x^3}$ ;  $x^{-2} \log(1 + 3x)$ .

5) Deducete dal grafico di  $f$  (vedi figura sotto)

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ;

ii) i punti di discontinuità della  $f$ ;

iii) il segno della funzione  $f$  e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di  $f$ ;

v) il segno della derivata  $f'$  dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

vi) i massimi e/o minimi locali di  $f$  su  $[-1, 3]$ .

6) Delle seguenti funzioni

$2x^3 - 3x^2$ ;  $\frac{x^2}{3-x}$ ;  $\frac{x^2-2}{x^2+1}$ ;  $(1-2x)e^{-x^2}$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.

