COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA ⌊⌋⌊⌋⌊⌋⌊⌋⌊⌋⌊⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 23 NOVEMBRE - 27 NOVEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

i) $\lim_{x\to-\infty} \frac{2^x - x}{|x|}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} \frac{3^x + x}{x^2 + e^{2x}}$; $\quad \lim_{x\to0+} \frac{e^x - 1}{x^2}$; $\quad \lim_{x\to0-} \frac{e^x - 1}{x^2}$;

ii) $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x - |x|}{\log x - 2e^x}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} \frac{3\log(1+x)}{x}$; $\quad \lim_{x\to-2-} \frac{x^2}{2+x}$; $\quad \lim_{x\to+\infty} \frac{\log(1+x^5)}{x^5}$;

iii) $\lim_{x\to-\infty} \frac{\log(1+|x|)}{e^x}$; $\quad \lim_{x\to0} \frac{\log(1+4x)}{x}$; $\quad \lim_{x\to0+} \frac{e^{4x} - 1}{e^{\log(2x)}}$.

2) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) delle seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite da

$$f(x) = \frac{3x^2 + x}{1 - x} ; \qquad g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x+2)^2} & \text{se } x < -2 \\ 1 & \text{se } x = -2 \\ |\log(x+2)| & \text{se } x > -2 . \end{cases}$$

3) i) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = \dfrac{3}{x-1}$ nel punto $(2, 3)$;

b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ nel punto $(1, 1)$;

c) $h(x) = |x^2 - 2x|$ nel punto $(1, 1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f , g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

ii) Calcolate la pendenza della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti assegnati:

a) $f(x) = \sqrt{4x+1}$ nel punto $(0, 1)$;

b) $g(x) = x^2 \log x$ nel punto $(1, 0)$;

c) $h(x) = e^{-x^2+x}$ nel punto $(1, 1)$.

4) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

a) $4x^3 + x^{-5}$; $\quad \dfrac{1}{x^3} - e^x$; $\quad \dfrac{x^{-3}}{3-x}$; $\quad \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}+1}$;

b) $(e^{-x} + x)(\log_4 x + x^{-1})$; $\quad (x^{-\frac{1}{2}} + 2^x)(x + e^{2x})$.

ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$(4x^2 + e^x)^{-3}$; $\quad e^{2x^2 - x^3}$; $\quad x^{-2}\log(1+3x)$.

5) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)

i) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità della f;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di f;

v) il segno della derivata f' dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale;

vi) i massimi e/o minimi locali di f su $[-1, 3]$.

6) Delle seguenti funzioni

$2x^3 - 3x^2$; $\quad \dfrac{x^2}{3-x}$; $\quad \dfrac{x^2-2}{x^2+1}$; $\quad (1-2x)e^{-x^2}$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.