COGNOME ____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________________	1 2 3 4 5
MATRICOLA └┴┴┴┴┴┘	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 9 NOVEMBRE - 13 NOVEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni:

$$x^2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} - x \log_2 8 = \log \frac{1}{e}\,; \qquad \frac{2^{x^2-x}}{4} = 1\,.$$

2) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni e/o disequazioni:

$$\Big(\frac{1}{4}\Big)^{x^2-1} = 4^{-2}\,; \qquad e^x = \frac{1}{e}\,; \qquad \log_3 x = -1\,; \qquad \log_4(x^2-1) \leq 1\,;$$

$$3^{-|x|+1} > 27^x\,; \qquad 2^{x^3-x} > 1\,; \qquad \log_{\frac{1}{3}}(|x|+1) > -2\,; \qquad \log|x| \leq 0\,.$$

3) i) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$(\sqrt{x})^2 = x\,; \quad \sqrt[3]{x^3} = x\,; \quad \sqrt{x^2} = |x|\,; \quad 3^{\log_3(x^2-1)} = x^2-1\,; \quad \log_2(2^{x-1}) = x-1\,.$$

ii) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni o disequazioni:

a) $e^{-x} \cdot e^{-x^2+1} > e^{2x}$; $\quad \Big(\frac{1}{4}\Big)^x \cdot 4^{-x^2+2x} \geq 1\,;$ $\quad 9^x < 3 \cdot 3^{|x|}\,;$

b) $3^{x^2} - 3^{1+|x+1|} \geq 0\,;$ $\quad \log_{\frac{1}{4}}(x^2+1) - \log_4 \frac{1}{4} < 0\,;$ $\quad \log_3(x^2+x) < \log_3(2|x|)\,.$

4) Rappresentate graficamente, nei loro insiemi di definizione, le seguenti funzioni:

$$\big|2\big(\tfrac{1}{3}\big)^x - 2\big|\,; \qquad |\log_3 x - 2|\,; \qquad ||x+3|-2|\,; \qquad \Big|\frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{4}}(x+2)\Big|.$$

5) i) Rappresentate graficamente la funzione $f : [-2,4] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2^x + 1 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ \frac{1}{2}|x| & \text{se } -1 < x \leq 2 \\ -\log_{\frac{1}{2}} x + 1 & \text{se } 2 < x \leq 4\,. \end{cases}$$

ii) Determinate l'immagine di f. f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass su $[-2,2]$? E su $[-2,4]$? Determinate, se esistono, il massimo (p.ti di massimo) e il minimo (p.ti di minimo) di f su $[-2,2]$ (rispettivamente su $[-2,4]$).