

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA 

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 30 NOVEMBRE - 4 DICEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+2} + 1 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - |x| & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Determinate

- i) il segno della funzione  $f$  e rappresentatelo sulla retta reale;
- ii) il segno della derivata  $f'$  (dove esiste) e rappresentatelo sulla retta reale;
- iii) i massimi e/o minimi locali (i punti di massimo e/o di minimo locali) di  $f$ ;
- iv) i punti di discontinuità di  $f$ .

2) Delle seguenti funzioni  $f(x) = (1 - x^3)^2$ ;  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ ;  $h(x) = \log\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$ ;  $v(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$  determinate l'insieme di definizione; il segno; il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti); studiate la continuità; calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata); (eventualmente) la convessità o concavità; tracciate un grafico qualitativo.

3) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

a)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \cdots - \frac{1}{54}$ ;  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{16}{257}$ ;

b)  $-\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{7} + \cdots - \frac{2}{21} + \frac{3}{20}$ ;  $x^2 + x^4 + x^9 + \cdots + x^{121}$ .

ii) Calcolate

a)  $\sum_{j=1}^6 \text{area}(R_j)$ , dove  $R_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{1}{j}; 1 \leq y \leq 1 + j\}$ ;

b)  $\sum_{m=3}^6 \frac{m}{m+1}.$

---

4) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-2}^1 \left(\frac{x}{3} + 1\right) dx; \quad \int_{-1/3}^{2/3} (-3x + 2) dx; \quad \int_{-2}^2 |x + 1| dx; \quad \int_{-1}^5 ||x - 1| - 1| dx;$$

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx; \quad \int_{-3}^2 dx.$$


---

5) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i)  $\int_{-2}^{-1} (e^x - x) dx; \quad \int_0^1 (x^2 - 4^x) dx; \quad \int_2^4 \left(x^{-3} - \frac{1}{x}\right) dx;$

ii)  $\int_3^4 (\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}) dx; \quad \int_1^e \frac{x^3 - 4x^2}{x^3} dx; \quad \int_0^2 (e^x + 1) dx;$

iii)  $\int_0^1 (e^x + 1)^5 e^x dx; \quad \int_0^1 \left((2x + 1)^4 + \frac{1}{x + 1}\right) dx; \quad \int_1^2 \frac{2x}{x^2 + 1} dx.$

---