

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---


## UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

## CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

## VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 30 NOVEMBRE - 4 DICEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{x+2} + 1 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - |x| & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Determinate

- i) il segno della funzione  $f$  e rappresentatelo sulla retta reale;
- ii) il segno della derivata  $f'$  (dove esiste) e rappresentatelo sulla retta reale;
- iii) i massimi e/o minimi locali (i punti di massimo e/o di minimo locali) di  $f$ ;
- iv) i punti di discontinuità di  $f$ .

- 2) Delle seguenti funzioni  $f(x) = (1 - x^3)^2$ ;  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ ;  $h(x) = \log\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$ ;  $v(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$  determinate l'insieme di definizione; il segno; il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti); studiate la continuità; calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata); (eventualmente) la convessità o concavità; tracciate un grafico qualitativo.

- 3) i) Usate il simbolo di sommatoria per scrivere le seguenti somme:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \cdots - \frac{1}{54}; & \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{16}{257}; \\ \text{b)} \quad -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{7} + \cdots - \frac{2}{21} + \frac{3}{20}; & x^2 + x^4 + x^9 + \cdots + x^{121}. \end{array}$$

- ii) Calcolate

$$\text{a)} \quad \sum_{j=1}^6 \text{area} (R_j), \text{ dove } R_j = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{1}{j}; 1 \leq y \leq 1 + j\};$$

b)  $\sum_{m=3}^6 \frac{m}{m+1} .$

---

4) Calcolate i seguenti integrali definiti interpretando gli integrali come aree:

$$\int_{-2}^1 \left(\frac{x}{3} + 1\right) dx ; \quad \int_{-1/3}^{2/3} (-3x + 2) dx ; \quad \int_{-2}^2 |x + 1| dx ; \quad \int_{-1}^5 ||x - 1| - 1| dx ;$$
$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx ; \quad \int_{-3}^2 dx .$$

---

5) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i)  $\int_{-2}^{-1} (e^x - x) dx ; \quad \int_0^1 (x^2 - 4^x) dx ; \quad \int_2^4 (x^{-3} - \frac{1}{x}) dx ;$

ii)  $\int_3^4 (\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}) dx ; \quad \int_1^e \frac{x^3 - 4x^2}{x^3} dx ; \quad \int_0^2 (e^x + 1) dx ;$

iii)  $\int_0^1 (e^x + 1)^5 e^x dx ; \quad \int_0^1 ((2x+1)^4 + \frac{1}{x+1}) dx ; \quad \int_1^2 \frac{2x}{x^2 + 1} dx .$

---