COGNOME ____________	NON SCRIVERE QUI
NOME ____________	1 2 3 4
MATRICOLA ⌊⌊⌊⌊⌊⌊⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA CON ELEMENTI DI ALGEBRA

A.A. 2009-2010 — ROVERETO, 16 NOVEMBRE - 20 NOVEMBRE 2009

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Provate che l'equazione $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4x+3$ ha una soluzione $x_0 \in [-1,0]$. Essa è unica?

Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a},\tilde{b}[\subset]-1,0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a},\tilde{b}[$ e $\tilde{b}-\tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

2) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2} & \text{se } x < -2 \\ (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x < 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^x + \dfrac{3}{2} & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\,, \quad \lim_{x\to-2^-} f(x)\,, \quad \lim_{x\to-2^+} f(x)\,, \quad \lim_{x\to1^-} f(x)\,, \quad \lim_{x\to1^+} f(x)\,, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)\,.$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f.

iii) Studiate la continuità della funzione f.

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to2^-}(x^3-1)\,;\quad \lim_{x\to1^+}(2\sqrt{x}+\log x)\,;\quad \lim_{x\to1^-}\frac{x^2+1}{2x}\,;\quad \lim_{x\to2^-}\frac{1}{4-x^2}\,;$

b) $\displaystyle\lim_{x\to2^+}\frac{1}{4-x^2}\,;\quad \lim_{x\to-1^-}\frac{1}{|x|-1}\,;\quad \lim_{x\to-1^+}\frac{1}{|x|-1}\,;\quad \lim_{x\to0^-}\frac{2^{x+1}-1}{x}\,;$

c) $\displaystyle\lim_{x\to0^+}\frac{2^{x+1}-1}{x}\,;\quad \lim_{x\to1}\frac{1}{(x-1)^3}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x^2}+2}{e^{-x}+3}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2+x}{5-x^2}\,;$

d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{5x^4-1}{2-x^3}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2+x}{1-x^4}\,;\quad \lim_{x\to-\infty}\frac{4}{2^x-1}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{2^x-1}\,.$

4) Deducete dal grafico di $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

i) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-1^-} f(x)$, $\lim_{x\to-1^+} f(x)$, $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ii) il segno di f e rappresentatelo sulla retta reale;

iii) i punti di discontinuità di f;

iv) l'eventuale massimo e minimo di f su $[-2,-1]$ (risp. su $[-2,2]$). Dite se f soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass nell'intervallo $[3,4]$.