

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi $A = [-1, 3[$ e $B = \{-2, 2\}$. Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

Risposta:

- a2) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x+2} > 0$.

Risposta:

- a3) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x < 2, y < -x + 2\}$.

Risposta:

- a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $-x^2 + 3x + 4 < 0$.

Risposta:

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $(x+1)^2 + (y-2)^2 \geq 1$.

Risposta:

- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Pinco Pallino ha studiato per la prova intermedia di Analisi Matematica e supera la prova."

Risposta:

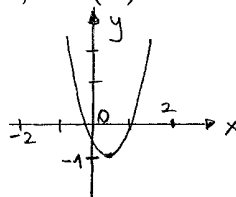
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza $m = -1$ passante per il punto $P = (-1, 2)$.

Risposta:

- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione $y = ax^2 + bx + c$, dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $a > 0$; (ii) $a < 0$; (iii) $b^2 - 4ac > 0$; (iv) $b^2 - 4ac \leq 0$.

Risposta:



- a9) Siano $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 4\}$ e $F = \{3\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $(0, 3) \in E \times F$; (ii) $F \subset E$; (iii) $(3, 2) \in E \times F$.

Risposta:

- a10) Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 \leq x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

Determinate $f(-2)$. Determinate $f([-2, 2])$.

Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se la crisi economica in Europa permane, il tasso di disoccupazione giovanile aumenterà".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 8x > 0 \\ -x^2 - 2x - 1 \leq y < 2. \end{cases}$$

b2) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 9)(x^2 + 3x)}{x + 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 + x - 20) < 0\}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Determinate $A \setminus B$.

ii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di A e il minimo di B .

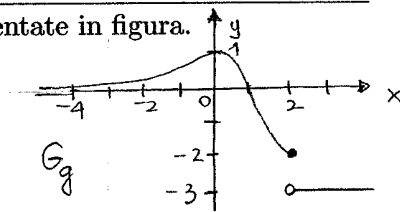
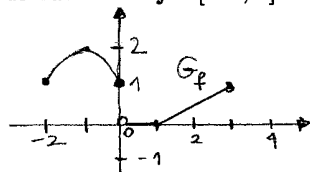
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times A$.

iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme $A \times A$.

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $-1 \in B$; b) B è un intervallo; c) $] -4, -2[\subset B$; d) $[5, +\infty[\subset \mathcal{P}(B)$.

b3) Siano date le funzioni $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

ii) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ sono ben definite le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.

iii) Determinate, se esistono, $(f + g)(0)$, $(fg)(3)$, $(g \circ f)(1)$ e $(f \circ g)(3)$.

b4) Sia $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -2x + 1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} - 1 & \text{se } 1 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e determinate l'immagine di f .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di f su $[-1, 5]$.

iii) Provate che f non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo I contenuto in $[-1, 5]$ tale che la funzione f ristretta ad I risulti iniettiva.

iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni $x \mapsto 2f(x) - 1$ e $x \mapsto -f(x + 1)$.

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto $P = (-1, 2)$ e il centro C della circonferenza C di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$.

ii) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C . Rappresentate graficamente r , r' e C .

iii) Sia Q il punto di intersezione della retta r' con l'asse x . Determinate la distanza di Q e C .

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi $A =] - \infty, -1[$ e $B = \{-2, 3\}$. Determinate gli insiemi $A \cap B$ e $A \setminus B$.

Risposta:

- a2) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x^2}{x+3} < 0$.

Risposta:

- a3) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > -x - 2, x \geq -1\}$.

Risposta:

- a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $-x^2 + x + 2 > 0$.

Risposta:

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $4(x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 4$.

Risposta:

- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "La città di Rovereto investe nell'offerta culturale per studenti universitari e per immigrati."

Risposta:

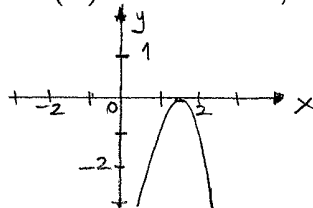
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza $m = 2$ passante per il punto $P = (2, -1)$.

Risposta:

- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione $y = ax^2 + bx + c$, dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $a > 0$; (ii) $a \leq 0$; (iii) $b^2 - 4ac = 0$; (iv) $b^2 - 4ac < 0$.

Risposta:



- a9) Siano $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$ e $F = \{-2\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $(-2, -2) \in E \times F$; (ii) $F \subset E$; (iii) $E \cap F = \emptyset$.

Risposta:

- a10) Sia $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x & -3 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Determinate $f(0)$. Determinate $f([-3, 2])$.

Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se lo studente Tizio Caio supera la prima prova intermedia di Analisi Matematica, può partecipare alla seconda prova intermedia".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 \leq 0 \\ y - x^2 + 2x < 0 \\ x \leq 3. \end{cases}$$

b2) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 + x - 20) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 16)(x^2 - 4x)}{x^2 + 1} \leq 0\}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Determinate $A \cup B$.

ii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di A e il minimo di B .

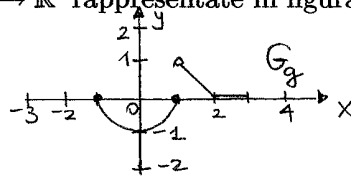
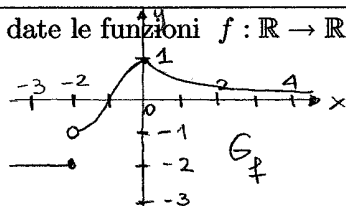
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $B \times B$.

iv) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme $B \times B$.

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $-1 \in A$; b) B è un intervallo; c) $[1, 2] \subset A$; d) B non è limitato.

b3) Siano date le funzioni $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

ii) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ sono ben definite le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.

iii) Determinate, se esistono, $(f - g)(0)$, $(\frac{f}{g})(3)$, $(g \circ f)(-1)$ e $(f \circ g)(2)$.

b4) Sia $f:]-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 + x & \text{se } -1 < x < 0 \\ -x^3 + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e determinate l'immagine di f .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di f su $] -\infty, 2]$.

iii) Provate che f non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo I contenuto in $] -\infty, 2]$ tale che la funzione f ristretta ad I risulti iniettiva.

iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni $x \mapsto -f(x) + 1$ e $x \mapsto f(x - 1)$.

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto $P = (3, -1)$ e il centro C della circonferenza \mathcal{C} di equazione $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$.

ii) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C . Rappresentate graficamente r , r' e \mathcal{C} .

iii) Sia Q il punto di intersezione della retta r' con l'asse x . Determinate la distanza di Q e C .

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>							<div style="text-align: center; font-weight: bold;">NON SCRIVERE QUI</div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 150px;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 30px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 30px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 30px; height: 20px;">4</td> <td style="width: 30px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> <div style="border: 1px solid black; width: 80px; height: 80px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; font-size: 2em; font-weight: bold;">C</div> </div>	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5								

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A = [1, +\infty[$ e $B = \{-1, 2\}$. Determinate gli insiemi $B \setminus A$ e $A \cup B$.

Risposta: _____

a2) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x^2}{x+2} \geq 0$.

Risposta: _____

a3) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2 < y \leq 4\}$.

Risposta: _____

a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $-x^2 + x + 6 \geq 0$.

Risposta: _____

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $(x+1)^2 + 4(y-2)^2 > 1$.

Risposta:

- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "La Provincia di Trento organizza durante l'estate corsi d'Italiano per immigrati adulti o attività sportive per ragazzi."

Risposta:

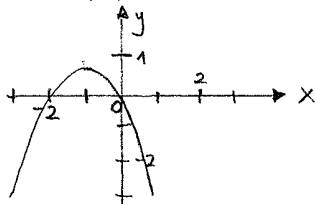
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza $m = 2$ passante per il punto $P = (1, -2)$.

Risposta:

- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione $y = ax^2 + bx + c$, dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $c = 0$; (ii) $a \leq 0$; (iii) $b^2 - 4ac > 0$; (iv) $b = 0$.

Risposta:



- a9) Siano $E = \{2\}$ e $F = \{y \in \mathbb{R} : y^2 < 1\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $E \cap F = \emptyset$; (ii) $(2, 0) \in E \times F$; (iii) $E \subset F$.

Risposta:

- a10) Sia $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & -1 \leq x \leq 2 \\ -1 & 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

Determinate $f(0)$. Determinate $f([-1, 4])$.

Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se l'inflazione aumenta, il potere d'acquisto cala".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 4x > 0 \\ y + x^2 + 3x \leq -2 \\ y \geq -6. \end{cases}$$

b2) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 - x - 20) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 25)(x^2 - 5x)}{x^2 + 1} \leq 0\}.$$

i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Determinate $A \cap B$.

ii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di A e il minimo di B .

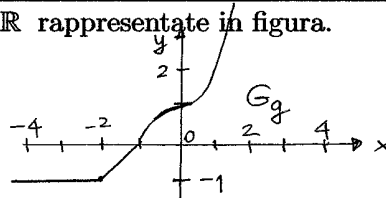
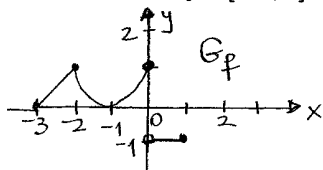
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $B \times B$.

iv) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme $B \times B$.

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a) $A \cap B = \emptyset$; b) $-5 \in B$; c) A è un intervallo; d) $] -4, -2[\in \mathcal{P}(B)$.

b3) Siano date le funzioni $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



i) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

ii) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ sono ben definite le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.

iii) Determinate, se esistono, $(f - g)(-1)$, $(fg)(-2)$, $(g \circ f)(-1)$ e $(f \circ g)(1)$.

b4) Sia $f : [-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ -\sqrt[3]{x} + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente f e determinate l'immagine di f .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di f su $[-2, +\infty[$.

iii) Provate che f non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo I contenuto in $[-2, +\infty[$ tale che la funzione f ristretta ad I risulti iniettiva.

iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni $x \mapsto 2f(x) - 1$ e $x \mapsto -f(x+1)$.

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto $P = (-2, -1)$ e il centro C della circonferenza C di equazione $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$.

ii) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C . Rappresentate graficamente r , r' e C .

iii) Sia Q il punto di intersezione della retta r' con l'asse x . Determinate la distanza di Q e C .

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> </table>							<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> <td style="width: 20px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="font-size: 8px;">1</td> <td style="font-size: 8px;">2</td> <td style="font-size: 8px;">3</td> <td style="font-size: 8px;">4</td> <td style="font-size: 8px;">5</td> <td></td> </tr> </table> <div style="float: right; text-align: center; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;">D</div> </div>							1	2	3	4	5	
1	2	3	4	5															

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

a1) Siano dati gli insiemi $A = \{-3, 2\}$ e $B = [-2, +\infty[$. Determinate gli insiemi $A \cup B$ e $B \setminus A$.

Risposta:

a2) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $\frac{x}{x+3} < 0$.

Risposta:

a3) Rappresentate graficamente $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x, y \leq -x + 2\}$.

Risposta:

a4) Risolvete in \mathbb{R} la seguente disequazione: $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$.

Risposta:

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti $(x+2)^2 + (y-1)^2 \geq 4$.

Risposta:

- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Tizio Caio ha frequentato il corso di Analisi Matematica e ha studiato con impegno per la prova intermedia."

Risposta:

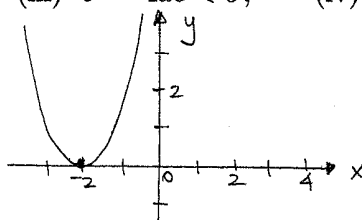
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza $m = -2$ passante per il punto $P = (-2, 1)$.

Risposta:

- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione $y = ax^2 + bx + c$, dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $a \geq 0$; (ii) $c \neq 0$; (iii) $b^2 - 4ac < 0$; (iv) $b = 0$.

Risposta:



- a9) Siano $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0\}$ e $F = \{-2\}$. Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

- (i) $(0, -2) \in E \times F$; (ii) $E = \emptyset$; (iii) $E \cup F = \{-2, 0\}$.

Risposta:

- a10) Sia $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -2 \leq x \leq 0 \\ x-2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Determinate $f(1)$. Determinate $f([-2, 1])$.

Risposta:

- b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se lo studente Mario Bianchi supera l'esame di Analisi Matematica nella sessione d'esame invernale, il prossimo semestre frequenta il corso di Psicometria".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

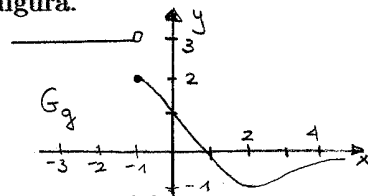
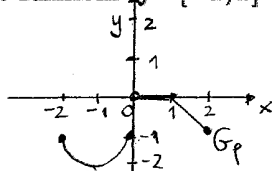
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 8y > 0 \\ -4 < y \leq x^2 - 2x. \end{cases}$$

- b2) Siano dati gli insiemi A e B definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{x - 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 - x - 12) < 0\}.$$

- i) Determinate A e B e rappresentateli sulla retta reale. Determinate $A \cap B$.
 ii) Dite se A e B sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di A e il minimo di B .
 iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme $A \times A$.
 iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme $A \times A$.
 v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:
 a) $4 \in B$; b) B è un intervallo; c) $]-2, -1] \subset B$; d) $]1, 2[\in \mathcal{P}(A)$.

- b3) Siano date le funzioni $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rappresentate in figura.



- i) Determinate, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.
 ii) Dite per quali $x \in \mathbb{R}$ sono ben definite le funzioni composte $f \circ g$ e $g \circ f$.
 iii) Determinate, se esistono, $(f + g)(0)$, $(fg)(-1)$, $(g \circ f)(-1)$ e $(f \circ g)(-2)$.

- b4) Sia $f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} + 1 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ -x^3 + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ (x - 2)^2 & \text{se } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente f e determinate l'immagine di f .
 ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di f su $[-2, 4]$.
 iii) Provate che f non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo I contenuto in $[-2, 4]$ tale che la funzione f ristretta ad I risulti iniettiva.
 iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni $x \mapsto \frac{1}{2}f(x)$ e $x \mapsto -f(x) + 1$.

- b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto $P = (1, 2)$ e il centro C della circonferenza C di equazione $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$.
 ii) Determinate la retta r' perpendicolare alla retta r e passante per C . Rappresentate graficamente r , r' e C .
 iii) Sia Q il punto di intersezione della retta r' con l'asse x . Determinate la distanza di Q e C .