

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.**

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi  $A = [-1, 3[$  e  $B = \{-2, 2\}$ . Determinate gli insiemi  $A \cup B$  e  $A \cap B$ .

Risposta:

- a2) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $\frac{x}{x+2} > 0$ .

Risposta:

- a3) Rappresentate graficamente  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x < 2, y < -x + 2\}$ .

Risposta:

- a4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $-x^2 + 3x + 4 < 0$ .

Risposta:

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti  
$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 \geq 1.$$

Risposta:

- 
- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Pinco Pallino ha studiato per la prova intermedia di Analisi Matematica e supera la prova."

Risposta:

- 
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza  $m = -1$  passante per il punto  $P = (-1, 2)$ .

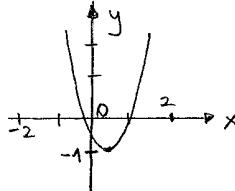
Risposta:

- 
- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione  $y = ax^2 + bx + c$ , dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $a > 0$ ;    (ii)  $a < 0$ ;    (iii)  $b^2 - 4ac > 0$ ;    (iv)  $b^2 - 4ac \leq 0$ .

---

Risposta:



- 
- a9) Siano  $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 4\}$  e  $F = \{3\}$ . Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $(0, 3) \in E \times F$ ;    (ii)  $F \subset E$ ;    (iii)  $(3, 2) \in E \times F$ .

---

Risposta:

- 
- a10) Sia  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -2 \leq x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

---

Determinate  $f(-2)$ . Determinate  $f([-2, 2])$ .

---

Risposta:

---

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se la crisi economica in Europa permane, il tasso di disoccupazione giovanile aumenterà".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 8x > 0 \\ -x^2 - 2x - 1 \leq y < 2. \end{cases}$$

b2) Siano dati gli insiemi  $A$  e  $B$  definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 9)(x^2 + 3x)}{x+1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 + x - 20) < 0\}.$$

i) Determinate  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Determinate  $A \setminus B$ .

ii) Dite se  $A$  e  $B$  sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di  $A$  e il minimo di  $B$ .

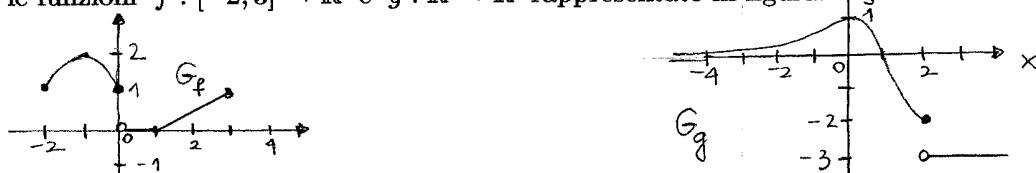
iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $A \times A$ .

iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme  $A \times A$ .

v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a)  $-1 \in B$ ; b)  $B$  è un intervallo; c)  $[-4, -2] \subset B$ ; d)  $[5, +\infty] \subset \mathcal{P}(B)$ .

b3) Siano date le funzioni  $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  rappresentate in figura.



i) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

ii) Dite per quali  $x \in \mathbb{R}$  sono ben definite le funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

iii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(0)$ ,  $(fg)(3)$ ,  $(g \circ f)(1)$  e  $(f \circ g)(3)$ .

b4) Sia  $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -2x + 1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} - 1 & \text{se } 1 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $f$  e determinate l'immagine di  $f$ .

ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di  $f$  su  $[-1, 5]$ .

iii) Provate che  $f$  non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo  $I$  contenuto in  $[-1, 5]$  tale che la funzione  $f$  ristretta ad  $I$  risulti iniettiva.

iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni  $x \mapsto 2f(x) - 1$  e  $x \mapsto -f(x+1)$ .

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto  $P = (-1, 2)$  e il centro  $C$  della circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ .

ii) Determinate la retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $C$ . Rappresentate graficamente  $r$ ,  $r'$  e  $\mathcal{C}$ .

iii) Sia  $Q$  il punto di intersezione della retta  $r'$  con l'asse  $x$ . Determinate la distanza di  $Q$  e  $C$ .

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | |

NON SCRIVERE QUI

| | | | |  
1 2 3 4 5

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.**

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi  $A = ] -\infty, -1[$  e  $B = \{-2, 3\}$ . Determinate gli insiemi  $A \cap B$  e  $A \setminus B$ .

*Risposta:*

- a2) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $\frac{x^2}{x+3} < 0$ .

*Risposta:*

- a3) Rappresentate graficamente  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > -x - 2, x \geq -1\}$ .

*Risposta:*

- a4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $-x^2 + x + 2 > 0$ .

*Risposta:*

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti  
 $4(x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 4$ .

Risposta:

- 
- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "La città di Rovereto investe nell'offerta culturale per studenti universitari e per immigrati."

Risposta:

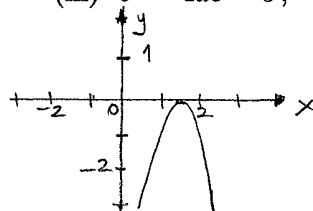
- 
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza  $m = 2$  passante per il punto  $P = (2, -1)$ .

Risposta:

- 
- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione  $y = ax^2 + bx + c$ , dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $a > 0$ ;    (ii)  $a \leq 0$ ;    (iii)  $b^2 - 4ac = 0$ ;    (iv)  $b^2 - 4ac < 0$ .

Risposta:



- 
- a9) Siano  $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 1\}$  e  $F = \{-2\}$ . Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $(-2, -2) \in E \times F$ ;    (ii)  $F \subset E$ ;    (iii)  $E \cap F = \emptyset$ .

Risposta:

- 
- a10) Sia  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -x & -3 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Determinate  $f(0)$ . Determinate  $f([-3, 2])$ .

Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se lo studente Tizio Caio supera la prima prova intermedia di Analisi Matematica, può partecipare alla seconda prova intermedia".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 \leq 0 \\ y - x^2 + 2x < 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

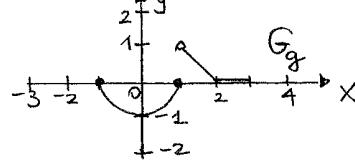
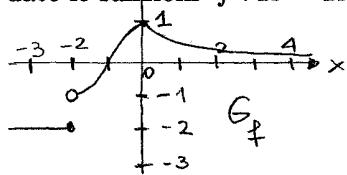
b2) Siano dati gli insiemi  $A$  e  $B$  definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 + x - 20) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 16)(x^2 - 4x)}{x^2 + 1} \leq 0\}.$$

- i) Determinate  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Determinate  $A \cup B$ .
- ii) Dite se  $A$  e  $B$  sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di  $A$  e il minimo di  $B$ .
- iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $B \times B$ .
- iv) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme  $B \times B$ .
- v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a)  $-1 \in A$ ;
- b)  $B$  è un intervallo;
- c)  $[1, 2] \subset A$ ;
- d)  $B$  non è limitato.

b3) Siano date le funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  rappresentate in figura.



- i) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .
- ii) Dite per quali  $x \in \mathbb{R}$  sono ben definite le funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
- iii) Determinate, se esistono,  $(f - g)(0)$ ,  $(\frac{f}{g})(3)$ ,  $(g \circ f)(-1)$  e  $(f \circ g)(2)$ .

b4) Sia  $f : ]-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 + x & \text{se } -1 < x < 0 \\ -x^3 + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente  $f$  e determinate l'immagine di  $f$ .
- ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di  $f$  su  $] -\infty, 2]$ .
- iii) Provate che  $f$  non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo  $I$  contenuto in  $] -\infty, 2]$  tale che la funzione  $f$  ristretta ad  $I$  risulti iniettiva.
- iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni  $x \mapsto -f(x) + 1$  e  $x \mapsto f(x - 1)$ .

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto  $P = (3, -1)$  e il centro  $C$  della circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ .

ii) Determinate la retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $C$ . Rappresentate graficamente  $r$ ,  $r'$  e  $\mathcal{C}$ .

iii) Sia  $Q$  il punto di intersezione della retta  $r'$  con l'asse  $x$ . Determinate la distanza di  $Q$  e  $C$ .

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA 

--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

C

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CDL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.**

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi  $A = [1, +\infty[$  e  $B = \{-1, 2\}$ . Determinate gli insiemi  $B \setminus A$  e  $A \cup B$ .

*Risposta:*

- a2) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $\frac{x^2}{x+2} \geq 0$ .

*Risposta:*

- a3) Rappresentate graficamente  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2 < y \leq 4\}$ .

*Risposta:*

- a4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $-x^2 + x + 6 \geq 0$ .

*Risposta:*

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti  $(x+1)^2 + 4(y-2)^2 > 1$ .

Risposta:

- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "La Provincia di Trento organizza durante l'estate corsi d'Italiano per immigrati adulti o attività sportive per ragazzi."

Risposta:

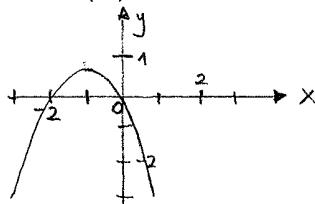
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza  $m = 2$  passante per il punto  $P = (1, -2)$ .

Risposta:

- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione  $y = ax^2 + bx + c$ , dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $c = 0$ ;    (ii)  $a \leq 0$ ;    (iii)  $b^2 - 4ac > 0$ ;    (iv)  $b = 0$ .

Risposta:



- a9) Siano  $E = \{2\}$  e  $F = \{y \in \mathbb{R} : y^2 < 1\}$ . Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $E \cap F = \emptyset$ ;    (ii)  $(2, 0) \in E \times F$ ;    (iii)  $E \subset F$ .

Risposta:

- a10) Sia  $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ -1 & 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

Determinate  $f(0)$ . Determinate  $f([-1, 4])$ .

Risposta:

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se l'inflazione aumenta, il potere d'acquisto cala".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 4x > 0 \\ y + x^2 + 3x \leq -2 \\ y \geq -6. \end{cases}$$

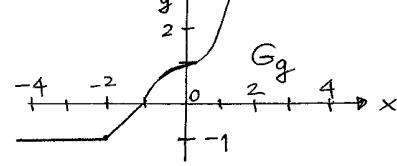
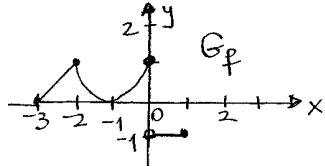
b2) Siano dati gli insiemi  $A$  e  $B$  definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 - x - 20) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 25)(x^2 - 5x)}{x^2 + 1} \leq 0\}.$$

- i) Determinate  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Determinate  $A \cap B$ .
- ii) Dite se  $A$  e  $B$  sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di  $A$  e il minimo di  $B$ .
- iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $B \times B$ .
- iv) Determinate l'equazione delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme  $B \times B$ .
- v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

a)  $A \cap B = \emptyset$ ;    b)  $-5 \in B$ ;    c)  $A$  è un intervallo;    d)  $[-4, -2] \in \mathcal{P}(B)$ .

b3) Siano date le funzioni  $f : [-3, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  rappresentate in figura.



- i) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .
- ii) Dite per quali  $x \in \mathbb{R}$  sono ben definite le funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
- iii) Determinate, se esistono,  $(f - g)(-1)$ ,  $(fg)(-2)$ ,  $(g \circ f)(-1)$  e  $(f \circ g)(1)$ .

b4) Sia  $f : [-2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ -\sqrt[3]{x} + 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} + 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente  $f$  e determinate l'immagine di  $f$ .
- ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di  $f$  su  $[-2, +\infty[$ .
- iii) Provatte che  $f$  non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo  $I$  contenuto in  $[-2, +\infty[$  tale che la funzione  $f$  ristretta ad  $I$  risulti iniettiva.
- iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni  $x \mapsto 2f(x) - 1$  e  $x \mapsto -f(x+1)$ .

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto  $P = (-2, -1)$  e il centro  $C$  della circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ .

ii) Determinate la retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $C$ . Rappresentate graficamente  $r$ ,  $r'$  e  $\mathcal{C}$ .

iii) Sia  $Q$  il punto di intersezione della retta  $r'$  con l'asse  $x$ . Determinate la distanza di  $Q$  e  $C$ .

COGNOME \_\_\_\_\_

NOME \_\_\_\_\_

MATRICOLA       |      |      |      |      |      |

NON SCRIVERE QUI

D

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

PRIMA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 3 NOVEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **DUE ORE E MEZZA**.

**IL SUPERAMENTO DEI PRIMI 10 ESERCIZI È CONDIZIONE NECESSARIA PERCHÈ LA SECONDA PARTE DEL COMPITO VENGA VALUTATA. LE RISPOSTE DI QUESTE DEVONO ESSERE RIPORTATE SU QUESTO FOGLIO.**

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- a1) Siano dati gli insiemi  $A = \{-3, 2\}$  e  $B = [-2, +\infty[$ . Determinate gli insiemi  $A \cup B$  e  $B \setminus A$ .

*Risposta:*

- a2) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $\frac{x}{x+3} < 0$ .

*Risposta:*

- a3) Rappresentate graficamente  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x, y \leq -x + 2\}$ .

*Risposta:*

- a4) Risolvete in  $\mathbb{R}$  la seguente disequazione:  $-x^2 + 3x + 4 \geq 0$ .

*Risposta:*

- a5) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti  
$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \geq 4.$$

Risposta:

- 
- a6) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Lo studente Tizio Caio ha frequentato il corso di Analisi Matematica e ha studiato con impegno per la prova intermedia."

Risposta:

- 
- a7) Determinate l'equazione della retta di pendenza  $m = -2$  passante per il punto  $P = (-2, 1)$ .

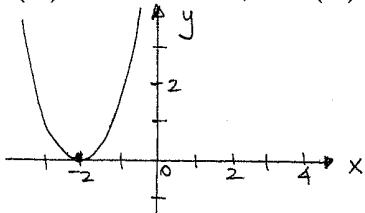
Risposta:

- 
- a8) Data la parabola rappresentata in figura di equazione  $y = ax^2 + bx + c$ , dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $a \geq 0$ ;    (ii)  $c \neq 0$ ;    (iii)  $b^2 - 4ac < 0$ ;    (iv)  $b = 0$ .

---

Risposta:



- 
- a9) Siano  $E = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0\}$  e  $F = \{-2\}$ . Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false (motivare le risposte!!):

(i)  $(0, -2) \in E \times F$ ;    (ii)  $E = \emptyset$ ;    (iii)  $E \cup F = \{-2, 0\}$ .

---

Risposta:

- 
- a10) Sia  $f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -2 \leq x \leq 0 \\ x - 2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

---

Determinate  $f(1)$ . Determinate  $f([-2, 1])$ .

---

Risposta:

---

b1) i) Scrivete la negazione della seguente proposizione: "Se lo studente Mario Bianchi supera l'esame di Analisi Matematica nella sessione d'esame invernale, il prossimo semestre frequenta il corso di Psicometria".

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le coppie  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  soddisfacenti il seguente sistema di disequazioni

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 8y > 0 \\ -4 < y \leq x^2 - 2x. \end{cases}$$

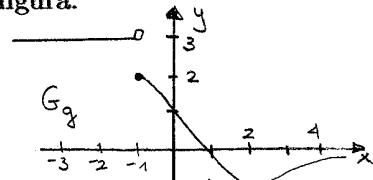
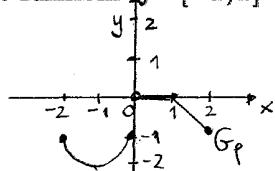
b2) Siano dati gli insiemi  $A$  e  $B$  definiti da

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{x - 1} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -x(x^2 - x - 12) < 0\}.$$

- i) Determinate  $A$  e  $B$  e rappresentateli sulla retta reale. Determinate  $A \cap B$ .
- ii) Dite se  $A$  e  $B$  sono insiemi limitati. Determinate, se esistono, il massimo di  $A$  e il minimo di  $B$ .
- iii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano l'insieme  $A \times A$ .
- iv) Determinate l'equazione delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme  $A \times A$ .
- v) Dite quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false:

- a)  $4 \in B$ ;
- b)  $B$  è un intervallo;
- c)  $[-2, -1] \subset B$ ;
- d)  $[1, 2] \in \mathcal{P}(A)$ .

b3) Siano date le funzioni  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  rappresentate in figura.



- i) Determinate, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .
- ii) Dite per quali  $x \in \mathbb{R}$  sono ben definite le funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
- iii) Determinate, se esistono,  $(f+g)(0)$ ,  $(fg)(-1)$ ,  $(g \circ f)(-1)$  e  $(f \circ g)(-2)$ .

b4) Sia  $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} + 1 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ -x^3 + 2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ (x-2)^2 & \text{se } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$

- i) Rappresentate graficamente  $f$  e determinate l'immagine di  $f$ .
- ii) Determinate, se esistono, il massimo e/o il minimo (risp. i punti di massimo e/o i punti di minimo) di  $f$  su  $[-2, 4]$ .
- iii) Provate che  $f$  non è una funzione iniettiva. Determinate il più grande intervallo  $I$  contenuto in  $[-2, 4]$  tale che la funzione  $f$  ristretta ad  $I$  risulti iniettiva.
- iv) Rappresentate graficamente, nei rispettivi insiemi di definizione, le funzioni  $x \mapsto \frac{1}{2}f(x)$  e  $x \mapsto -f(x) + 1$ .

b5) i) Determinate l'equazione della retta passante per il punto  $P = (1, 2)$  e il centro  $C$  della circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0$ .

ii) Determinate la retta  $r'$  perpendicolare alla retta  $r$  e passante per  $C$ . Rappresentate graficamente  $r$ ,  $r'$  e  $\mathcal{C}$ .

iii) Sia  $Q$  il punto di intersezione della retta  $r'$  con l'asse  $x$ . Determinate la distanza di  $Q$  e  $C$ .