COGNOME __________	NON SCRIVERE QUI	A
NOME __________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 DICEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$||x^2-2|-1|>0\,; \qquad \frac{e^x e^{|x|}}{\left(\frac{1}{e}\right)^{4x}} > e\,; \qquad \log_{\frac{1}{4}}(x^2+3x) > -1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-1}^{4} ||x-2|-1|\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{3x^4-5x}{x^3}\,dx\,; \qquad \sum_{n=2}^{5}\left[\int_0^1 \left(nx+\frac{1}{x-n}\right)dx\right].$$

ii) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x)=(2x^2+2x+1)e^{x^2+2x}$.

a) Determinate il segno di f.

b) Verificate che $F(x)=xe^{x^2+2x}$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.

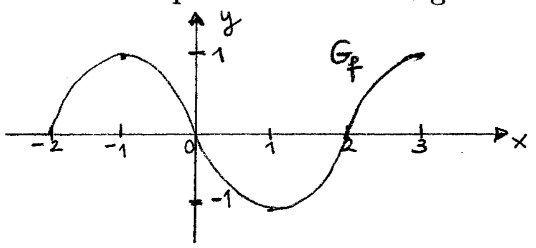
c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $x=0$, $x=1$ e $y=-1$.

3) Provate che l'equazione $2^x = -2x + \frac{1}{2}$ ha una soluzione $x_0 \in [-1,0]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]-1,0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

---

4) Sia $f : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.

i) Determinate il segno di f e il segno di f'. Rappresentateli sulla retta reale.
ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o di minimo locale di F su $[-2,3]$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.
v) Verificate che $1 < F(0) < 2$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (1 - x^3)^2$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate tutti i punti del grafico di f con tangente orizzontale al grafico. Determinate le loro equazioni e rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della f.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dal grafico di $g(x) = 2^x$ e dalla retta di equazione $x = -1$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:
a) f è continua e derivabile su $\mathbb{R}$;
b) f è crescente su $\mathbb{R}$ e $f'(0) = 0$;
c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$; $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - 3x] = 0$.

COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________	1 2 3 4 5 6 — B
MATRICOLA ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌋	

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 DICEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

---

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$||x^2-4|-3| \leq 0\,; \qquad \frac{2^x\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}}{2^{-3x}} > \frac{1}{2}\,; \qquad \log_{\frac{1}{9}}(x^2+8x) \geq -1\,.$$

---

2) i) Calcolate

$$\int_{-2}^{3} ||x-1|-2|\,dx\,; \qquad \int_1^2 (e^{3x}-\sqrt{x+1})\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_0^1 \Big(\frac{x}{n}+\frac{1}{x+n}\Big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x)=\dfrac{2x^2}{1+x^2}+\log(1+x^2)$.

a) Determinate il segno di f.

b) Verificate che $F(x)=x\log(1+x^2)$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.

c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $x=0$, $x=1$ e $y=-1$.

3) Provate che l'equazione $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3x + \frac{1}{4}$ ha una soluzione $x_0 \in [0,1]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0,1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

---

4) Sia $f : [-1,4] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-1,4] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-1}^{x} f(t)\, dt$.

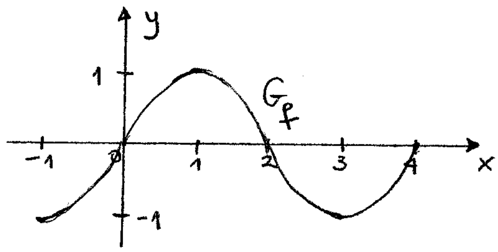
i) Determinate il segno di f e il segno di f'. Rappresentateli sulla retta reale.

ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.

iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o di minimo locale di F su $[-1,4]$.

iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.

v) Verificate che $-1 < F(0) < -\frac{1}{2}$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = -(1 - x^3)^2$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Determinate tutti i punti del grafico di f con tangente orizzontale al grafico. Determinate le loro equazioni e rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della f.

iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dal grafico di $g(x) = -x - 1$ e dalla retta di equazione $x = -1$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:

a) f è continua e derivabile su $\mathbb{R}$;

b) f è decrescente su $\mathbb{R}$ e $f'(1) = 0$;

c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$.

COGNOME ______________	NON SCRIVERE QUI	C
NOME ______________	1 2 3 4 5 6	
MATRICOLA └┴┴┴┴┴┘		

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 DICEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE.**
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$||x^2-2|-1| \le 0\,; \qquad \frac{3^x\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}}{3^{-3x}} \le \frac{1}{3}\,; \qquad \log_{\frac{1}{4}}(x^2-3x) \ge -1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-1}^{5} ||x-3|-1|\,dx\,; \qquad \int_0^5 (\sqrt{x+4}-e^{-x})\,dx\,; \qquad \sum_{n=1}^{4}\Big[\int_0^2 \Big(\frac{1}{x+n}-nx\Big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x)=\dfrac{2x^2}{3+x^2}+\log(3+x^2)\,.$

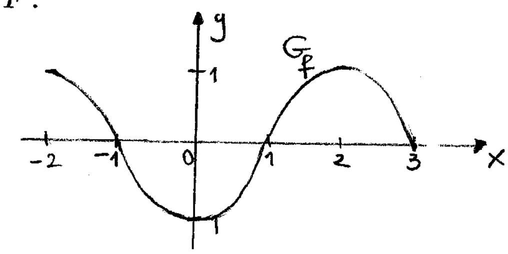
a) Determinate il segno di f.
b) Verificate che $F(x)=x\log(3+x^2)$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.
c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $x=0$, $x=1$ e $y=-1$.

3) Provate che l'equazione $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2x + \frac{1}{2}$ ha una soluzione $x_0 \in [0,1]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a}, \tilde{b}[\subset]0,1[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a}, \tilde{b}[$ e $\tilde{b} - \tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

---

4) Sia $f : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\, dt$.

i) Determinate il segno di f e il segno di f'. Rappresentateli sulla retta reale.
ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o di minimo locale di F su $[-2,3]$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.
v) Verificate che $\frac{1}{2} < F(-1) < 1$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = -(x^3+1)^2$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate tutti i punti del grafico di f con tangente orizzontale al grafico. Determinate le loro equazioni e rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della f.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dal grafico di $g(x) = x - 1$ e dalla retta di equazione $x = 1$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:
a) f è continua e derivabile su $\mathbb{R}$;
b) f è decrescente su $]-\infty, 0]$ e $f'(0) = 0$;
c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 3$; $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = 0$.

COGNOME ____________________

NOME ____________________

MATRICOLA |_|_|_|_|_|_|_|

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6

D

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 DICEMBRE 2010

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE.**
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$||x^2-4|-3|>0\,; \qquad \frac{e^{|x|}\left(\frac{1}{e}\right)^x}{e^{2x}} \le e\,; \qquad \log_{\frac{1}{9}}(x^2-8x)>-1\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-1}^{4} ||x-2|-1|\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{3x^4-5x}{x^3}\,dx\,; \qquad \sum_{n=2}^{5}\Big[\int_0^1 \big(nx+\frac{1}{x-n}\big)\,dx\Big]\,.$$

ii) Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x)=(3x^2+2x+3)e^{3x+1}$.

a) Determinate il segno di f.

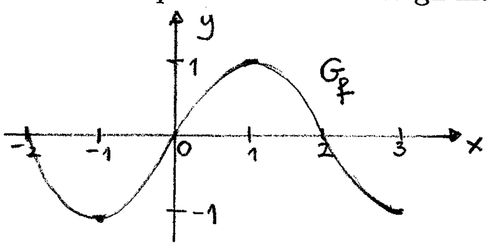
b) Verificate che $F(x)=(x^2+1)e^{3x+1}$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.

c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dalle rette di equazione $x=0$, $x=1$ e $y=-1$.

3) Provate che l'equazione $3^x = -2x + \frac{1}{2}$ ha una soluzione $x_0 \in [-1,0]$. Essa è unica? Usando il metodo della bisezione determinate un intervallo $]\tilde{a},\tilde{b}[\subset]-1,0[$ tale che $x_0 \in]\tilde{a},\tilde{b}[$ e $\tilde{b}-\tilde{a} \leq \frac{1}{4}$.

---

4) Sia $f : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2,3] \to \mathbb{R}$ la funzione integrale di f definita da $F(x) = \int_{-2}^{x} f(t)\,dt$.
i) Determinate il segno di f e il segno di f'. Rappresentateli sulla retta reale.
ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione F.
iii) Determinate gli eventuali punti di massimo locale e/o di minimo locale di F su $[-2,3]$.
iv) Tracciate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F.
v) Verificate che $-2 < F(0) < -1$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x^3+1)^2$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Determinate tutti i punti del grafico di f con tangente orizzontale al grafico. Determinate le loro equazioni e rappresentatele graficamente nello stesso sistema di riferimento della f.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f, dal grafico di $g(x) = e^{-x}$ e dalla retta di equazione $x = 1$.

---

6) Rappresentate graficamente una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:
a) f è continua e derivabile su $\mathbb{R}$;
b) f è crescente su $\mathbb{R}$ e $f'(1) = 0$;
c) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - 2x] = 0$.