COGNOME ______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA _ _ _ _ _ _	A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 10 GENNAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$3|x| + x^2 < 4; \qquad \frac{2^x 2^{|x+1|}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3x}} \geq 1; \qquad \log_3(|x| - 2) + \log_3(3 + x) \leq \log_3 6.$$

2) i) Calcolate

$$\int_{-3}^{0} |x^2 - 1|\, dx; \qquad \int_{0}^{1} (\sqrt{2x} + 2^x)\, dx; \qquad \int_{1}^{2} \Big(\frac{3x^3}{x^4 + 1} + x^{-1} + 1\Big)\, dx.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove a è una costante positiva fissata:

$$-\frac{2}{a^2} + \frac{4}{a^3} - \frac{6}{a^4} + \cdots - \frac{34}{a^{18}}.$$

iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{n=0}^{5} \frac{f(n)}{n!}$, dove $f(x) = x^2$ per $x \in \mathbb{R}$.

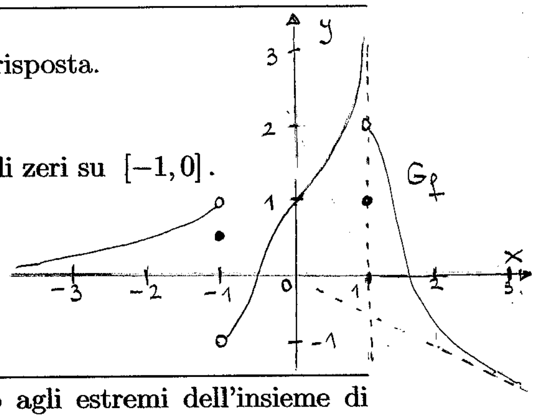
3) Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2} & \text{se } x > 1 \,. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente g.
ii) Dite, motivando la risposta, se g è una funzione continua in $x = 1$.
iii) Calcolate $\lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{g(1+h) - g(1)}{h}$ e $\lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{g(1+h) - g(1)}{h}$. Dite se g è derivabile in $x = 1$.

---

4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.
i) Determinate i punti di discontinuità di f, motivando la risposta.
ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione f.
iii) Determinate gli asintoti di f.
iv) Dite se f verifica le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[-1, 0]$.



---

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (x-1)e^{2x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
ii) Verificate che $F(x) = (\frac{x}{2} - \frac{3}{4})e^{2x}$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.
iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dal grafico di $g(x) = x - 1$.

---

6) Determinate una funzione continua $f : [0,3] \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:
a) $f(0) = 1$ e $f(3) = 1$;
b) la funzione integrale $F(x)$ di $f(x)$ definita da $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ per $x \in [0,3]$ è crescente su $[0,1]$, è decrescente su $[1,2]$ ed è crescente su $[2,3]$.

COGNOME ______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME ______________________	1 2 3 4 5 6
MATRICOLA _______	B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 10 GENNAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.
Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.
È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.
Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Risolvete in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$3|x| + x^2 \geq 4\,; \qquad \frac{2^x 2^{|x+1|}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3x}} < 1\,; \qquad \log_4(|x| - 2) + \log_4(3 + x) > \log_4 6\,.$$

2) i) Calcolate

$$\int_0^4 |x^2 - 1|\, dx\,; \qquad \int_0^1 (\sqrt{5x} + 3^x)\, dx\,; \qquad \int_1^2 \Big(\frac{2x^2}{x^3+1} + x^{-2} + 1\Big)\, dx\,.$$

ii) Scrivete, usando il simbolo di sommatoria, la seguente espressione, dove a è una costante positiva fissata::

$$\frac{3}{a^2} - \frac{6}{a^3} + \frac{9}{a^4} - \cdots + \frac{51}{a^{18}}\,.$$

iii) Calcolate $\displaystyle\sum_{n=1}^{5} n f\Big(\frac{1}{n}\Big)$, dove $f(x) = x^2$ per $x \in \mathbb{R}$.

3) Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{2}{3} & \text{se } x > 1 . \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente g.

ii) Dite, motivando la risposta, se g è una funzione continua in $x = 1$.

iii) Calcolate $\lim_{h \to 0^-} \dfrac{g(1+h) - g(1)}{h}$ e $\lim_{h \to 0^+} \dfrac{g(1+h) - g(1)}{h}$. Dite se g è derivabile in $x = 1$.

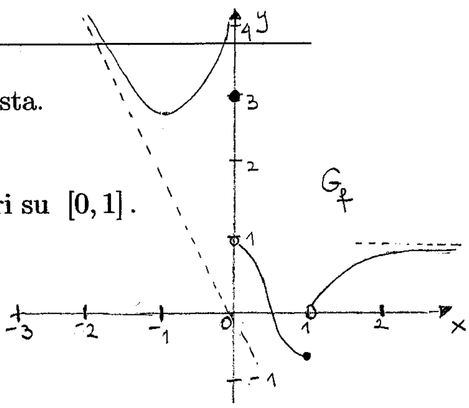
4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Determinate i punti di discontinuità di f, motivando la risposta.

ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione f.

iii) Determinate gli asintoti di f.

iv) Dite se f verifica le ipotesi del teorema di esistenza degli zeri su $[0, 1]$.



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = (2 - x)e^{2x}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Verificate che $F(x) = (\frac{5}{4} - \frac{x}{2})e^{2x}$ è una funzione primitiva di f su $\mathbb{R}$.

iii) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f e dal grafico di $g(x) = -x + 2$.

6) Determinate una funzione continua $f : [0, 3] \to \mathbb{R}$ soddisfacente le seguenti proprietà:

a) $f(0) = -1$ e $f(3) = -1$;

b) la funzione integrale $F(x)$ di $f(x)$ definita da $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$ per $x \in [0, 3]$ è decrescente su $[0, 1]$, è crescente su $[1, 2]$ ed è decrescente su $[2, 3]$.