Università degli Studi di Trento — Facoltà di Scienze Cognitive
CdL in Scienze e Tecniche di Psicologia Cognitiva
CdL in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione
CdL in Filosofia
Corso di ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)
a.a. 2010/11 — Rovereto, 21-24 settembre 2010

1) i)

$\mathcal{A}$:	V	V	F	F
$\mathcal{B}$:	V	F	V	F
$\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$:	V	F	V	V
non $\mathcal{B}$:	F	V	F	V
$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B})$ e (non $\mathcal{B}$) :	F	F	F	V
non $\mathcal{A}$:	F	F	V	V
$[(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B})$ e (non $\mathcal{B}$)$] \Rightarrow$ non $\mathcal{A}$:	V	V	V	V

MODUS TOLLENS
è una tautologia, cioè è una proposizione sempre vera indipendente dai valori di verità di $\mathcal{A}$ e di $\mathcal{B}$. □

ii) non $[(\mathcal{A} \circ \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{C}] \Leftrightarrow (\mathcal{A} \circ \mathcal{B})$ e (non $\mathcal{C}$). ■

2) Sia $\mathcal{A}$ = "$\forall x \in \mathbb{N},\ 3x-1 \neq 2$" ; allora

non $\mathcal{A}$ = "$\exists x \in \mathbb{N}$: non $(3x-1 \neq 2)$" = "$\exists x \in \mathbb{N} : 3x-1 = 2$"
= "$\exists x \in \mathbb{N} : 3x = 3$" = "$\exists x \in \mathbb{N} : x = 1$".

Poiché non $\mathcal{A}$ è una proposizione vera, $\mathcal{A}$ è una proposizione falsa. ■

3) a) "C'è almeno uno studente che il primo semestre lavora con serietà per l'esame del corso di Analisi Matematica e al primo appello non lo supera."

vedi NOTA pag. 2.

b) "C'è almeno uno studente che supera l'esame di AM e non ha studiato con impegno o ha studiato con impegno e non supera l'esame di Analisi Matematica."

c) "C'è almeno uno studente immatricolato alla Facoltà di SC dell'Univ. di Trento che non frequenta il corso di PG e non frequenta il corso di AM. ■

4) i) a) "Ogni esame del Corso di Laurea in Matematica richiede

molto studio."

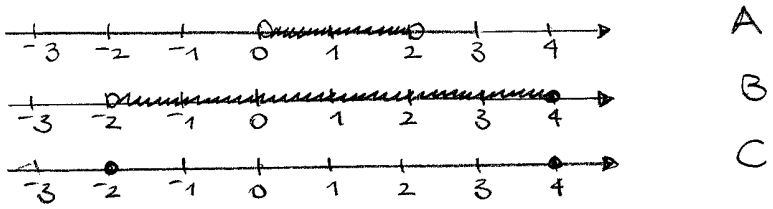
b) "C'è (almeno) un Corso di Laurea in cui tutti gli esami richiedono molto studio."

ii) a) "C'è (almeno) una località in cui la trattoria Pettirosso è sempre aperta."

b) "In ogni località c'è (almeno) una trattoria che non è chiusa almeno un giorno." ■

5) a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x(x-2) < 0\} = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 2\} =]0,2[$,

$B =]-2,4]$ $\qquad C = \{-2,4\}$



□

b) $1 \in A$ (V); $-2 \in A$ (F);

$B \subseteq C$ (F) (poiché $-1 \in B$, $-1 \notin C$);

$C \subseteq B$ (F) ($-2 \in C$, $-2 \notin B$);

$4 \subset B$ (F) non è corretta la scrittura; si poteva scrivere $\{4\} \subset B$ oppure $4 \in B$;

$4 \in B$ (V). ■

<u>NOTA</u> relativa all'esercizio 3:

a) Sia $A(x)$ = "Il primo semestre lo studente x lavora con serietà per l'esame di AM;"

$B(x)$ = "lo studente x supera l'esame al primo appello".

Dobbiamo scrivere non $[(\forall x, A(x) \Rightarrow B(x)]$

non $[(\forall x, A(x) \Rightarrow B(x)] \Leftrightarrow \exists x :$ non $[A(x) \Rightarrow B(x)]$

$\Leftrightarrow \exists x : A(x)$ e (non $B(x)$). □

b) Sia $\mathcal{A}(x)$ = " lo studente x supera l'esame di AM ".

$\mathcal{B}(x)$ = " lo studente x studia con impegno ".

Dobbiamo scrivere non $[\forall x, \mathcal{A}(x) \Leftrightarrow \mathcal{B}(x)]$. Ora

$$\text{non}\,[\forall x, \mathcal{A}(x) \Leftrightarrow \mathcal{B}(x)] \Leftrightarrow$$
$$\exists x : \text{non}\,[\mathcal{A}(x) \Leftrightarrow \mathcal{B}(x)] \Leftrightarrow$$
$$\exists x : \text{non}\,[(\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{B}(x)) \text{ e } (\mathcal{B}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(x))] \Leftrightarrow$$
$$\exists x : \text{non}\,[\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{B}(x)] \text{ o non}\,[\mathcal{B}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(x)] \Leftrightarrow$$
$$\exists x : [\mathcal{A}(x) \text{ e } (\text{non } \mathcal{B}(x))] \text{ o } [\mathcal{B}(x) \text{ e } (\text{non } \mathcal{A}(x))].$$

c) Sia $\mathcal{A}(x)$ = " lo studente x immatricolato alla Facoltà di SC dell'Univ. di Trento frequenta il corso di Psicologia Generale ",

$\mathcal{B}(x)$ = " lo studente x immatricolato.... frequenta il corso di AM ".

Dobbiamo scrivere non $[\forall x, \mathcal{A}(x) \circ \mathcal{B}(x)]$. Ora

$$\text{non}\,[\forall x, \mathcal{A}(x) \circ \mathcal{B}(x)] \Leftrightarrow [\exists x : \text{non}\,(\mathcal{A}(x) \circ \mathcal{B}(x)]$$
$$\Leftrightarrow [\exists x : (\text{non } \mathcal{A}(x)) \text{ e } (\text{non } \mathcal{B}(x))].$$

$\blacksquare$