

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 24 GENNAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) i) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\frac{e^{|x^2-1|}}{e^3} < e^{-1}; \quad \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{3x}{x^2-4} \right) \geq 0.$$

ii) Calcolate  $\sum_{n=1}^4 \int_1^2 \frac{(-1)^n}{x^n} dx$ .

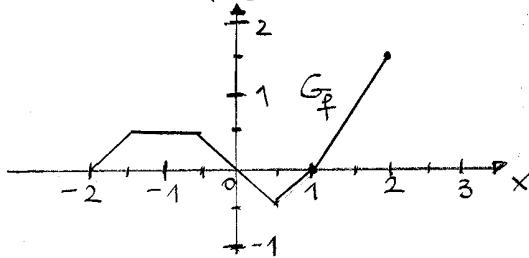
2) i) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2-4}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(3x^2+1)}{2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-2}{x}.$$

ii) Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $g(x) = (x-1)^2$  e sia  $r$  la retta tangente al grafico di  $g$  nel punto  $(2, 1)$ . Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $g$ , dalla retta di equazione  $x = -1$  e dalla retta  $r$ .

- 3) Sia  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura. Sia  $F : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione integrale definita da  $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ .

- Determinate il segno di  $F$  e rappresentatelo sulla retta reale.
- Determinate il segno di  $F'$  e gli intervalli di monotonia di  $F$ .
- Determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di  $F$ .
- Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di  $F$  su  $[-2, 2]$ .



- 4) Scrivete per ciascun caso l'espressione di una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua tale che

- $f(3) = -1$ ,  $f$  derivabile in  $\mathbb{R}$  e  $f'(x) > 0$  su  $\mathbb{R}$ .
- $f(0) \cdot f(3) < 0$  e  $\int_0^3 f(x) dx > 0$ .
- $f$  derivabile due volte in  $\mathbb{R}$ ,  $f'(1) = 0$  e  $f''(x) > 0$  su  $\mathbb{R}$ .

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Calcolate  $\int_0^1 (f(x) + 1) dx$ .
- Determinate, se esistono, le equazioni di tutte le rette orizzontali che non intersecano mai il grafico di  $f$ .

- 6) Quanti sono i numeri di 5 cifre che si possono formare con le cifre 3, 4, 4, 8, 9?