

Università degli Studi di Trento - Facoltà di Scienze Cognitive  
 Corso di Laurea in Scienze Cognitive e Tecniche di Psicologia Cognitiva  
 Corso di Laurea in Interfacce e Tecnologie della Comunicazione - QL in Filosofia  
 SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON EL. DI ALGEBRA)  
 a.a. 2010-2011 - Rovereto, 14 febbraio 2011

FILA A

•  $\frac{|x|-3}{1-e^x} > 0$

$$S = ]-\infty, -3] \cup [0, 3[.$$

(vedi Esame Scritto  
14/02/11, Fila B, Es. 1 ii))

•  $\sqrt{3-|x+1|} \leq 1 \iff 0 \leq 3-|x+1| \leq 1$

$$S = [-4, -3] \cup [1, 2].$$

(vedi Esame Scritto  
14/02/11, Fila B, Es. 1 ii))

•  $\log_2(3x) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2-1) \leq 1 \iff \log_2(3x) - \log_2(x^2-1) \leq 1$

↑  
Cambio di base

$$\iff \begin{cases} 3x > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{altrimenti non è definito} \\ \text{il } \log_2 x \end{array} \right.$$

$$\log_2 \frac{3x}{x^2-1} \leq \log_2 2$$

$$\iff \begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \text{ o } x > 1 \\ \frac{3x}{x^2-1} \leq 2 \end{cases} \quad (\log_2 x \nearrow)$$

$$\iff \begin{cases} x > 1 \\ \frac{3x-2x^2+2}{x^2-1} \leq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x > 1 \\ \frac{2x^2-3x-2}{x^2-1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} + \\ - \\ + \\ - \\ - \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ - \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2x^2-3x-2 \\ \rightarrow \\ -1-1-0-1-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} x^2-1 \\ \rightarrow \\ -1-0-1-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \\ + \\ - \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2x^2-3x-2 \\ \rightarrow \\ -1-1-0-1-2 \end{array}$$

$$\iff \begin{cases} x > 1 \\ x \in ]-\infty, -1[ \cup [\frac{1}{2}, 1[ \cup [2, +\infty[ \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = [2, +\infty[.$$



COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

A

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CDL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CDL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 14 FEBBRAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\frac{|x| - 3}{1 - e^x} > 0; \quad \sqrt{3 - |x + 1|} \leq 1; \quad \log_2(3x) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) \leq 1.$$

- 2) i) Calcolate

$$\int_{-3}^5 (|x - 1| - 2) dx; \quad \int_1^2 (\sqrt[3]{x+1} + x^{-1}) dx; \quad \int_3^4 \left( \frac{x+2}{x^2-4} + x^3 + 3 \right) dx.$$

- ii) Siano  $f, g : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = 3^x$  e  $g(x) = \frac{1}{x+1}$

a) Rappresentate graficamente  $f$  e  $g$ .

b) Calcolate  $\sum_{n=0}^4 (-1)^{n+1} f(n)$  e  $\sum_{n=0}^3 g'(n)$ , dove  $g'$  indica la derivata prima di  $g$ .

c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e  $g$  e dalla retta di equazione  $x - 2 = 0$ .

3) Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 1 \\ -(x-2)^2 + 2 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

i) Rappresentate graficamente  $g$ .

ii) Dite, motivando la risposta, se  $g$  è una funzione continua in  $x = 1$ .

iii) Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$ . Dite se  $g$  è derivabile in  $x = 1$ .

---

4) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.

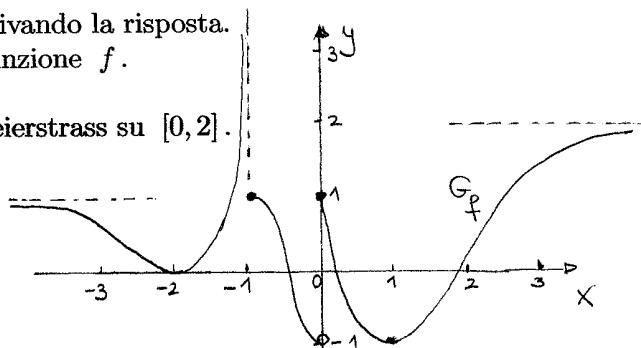
i) Determinate i punti di discontinuità di  $f$ , motivando la risposta.

ii) Determinate gli intervalli di monotonia della funzione  $f$ .

iii) Determinate gli asintoti di  $f$ .

iv) Dite se  $f$  verifica le ipotesi del teorema di Weierstrass su  $[0, 2]$ .

---



5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 7}{x - 3}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Verificate che  $f(x) = x + 3 + \frac{16}{x-3}$  sull'insieme di definizione di  $f$ .

iii) Calcolate  $\int_0^1 f(x) dx$ .

---

6) In quanti modi diversi potete sistemare su una libreria 8 libri scelti da 35 in vostro possesso?

---

---

COGNOME \_\_\_\_\_  
NOME \_\_\_\_\_  
MATRICOLA | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6

B

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA  
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE  
CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 14 FEBBRAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) Risolvete in  $\mathbb{R}$  le seguenti disequazioni:

$$\sqrt{2 - |x + 1|} \leq 1; \quad \frac{|x| - 4}{1 - e^x} > 0; \quad \log_2(3x) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) \geq 1.$$

- 2) i) Calcolate

$$\int_{-3}^4 \left( \frac{x+2}{x^2-4} + x^4 + 2 \right) dx; \quad \int_1^2 (\sqrt[3]{x+2} + x^{-1}) dx; \quad \int_{-3}^5 (2 - |x - 1|) dx.$$

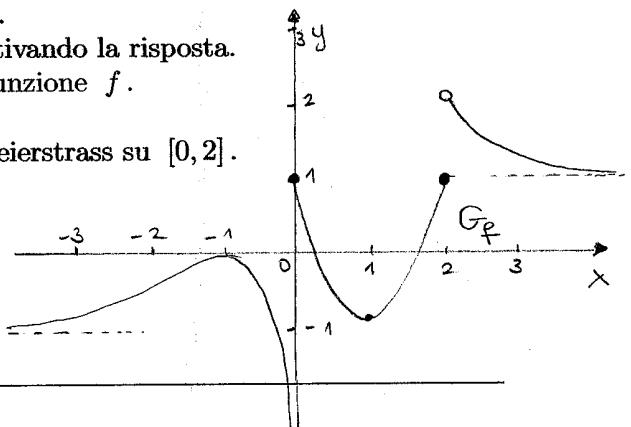
ii) Siano  $f, g : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}$  le funzioni definite da  $f(x) = 2^x - 1$  e  $g(x) = -\sqrt{x}$

a) Rappresentate graficamente  $f$  e  $g$ .

b) Calcolate  $\sum_{n=1}^4 (-1)^n f(n)$  e  $\sum_{n=1}^4 g'(n^2)$ , dove  $g'$  indica la derivata prima di  $g$ .

c) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di  $f$  e  $g$  e dalla retta di equazione  $x - 2 = 0$ .

- 3) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione rappresentata in figura.
- Determinate i punti di discontinuità di  $f$ , motivando la risposta.
  - Determinate gli intervalli di monotonia della funzione  $f$ .
  - Determinate gli asintoti di  $f$ .
  - Dite se  $f$  verifica le ipotesi del teorema di Weierstrass su  $[0, 2]$ .



- 4) Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 1 \\ -(x-2)^2 + 2 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- Rappresentate graficamente  $g$ .
- Dite, motivando la risposta, se  $g$  è una funzione continua in  $x = 1$ .
- Calcolate  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$  e  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$ . Dite se  $g$  è derivabile in  $x = 1$ .

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- Verificate che  $f(x) = x + 2 + \frac{9}{x-2}$  sull'insieme di definizione di  $f$ .
- Calcolate  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- 6) In quanti modi diversi potete sistemare su una libreria 9 libri scelti da 42 in vostro possesso?