

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

B

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
CdL IN FILOSOFIA

SECONDA PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 24 GENNAIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Risolvete in \mathbb{R} le seguenti disequazioni:

$$\frac{2^{|x^2-4|}}{2^4} \geq 2^{-3}; \quad \log_4 \left(\frac{3x}{x^2-4} \right) \leq 0.$$

ii) Calcolate $\sum_{n=1}^4 \int_1^2 \frac{1}{x^n} dx$.

- 2) i) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2-4}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\log(3x^4+1)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-2}{x^3}.$$

- ii) Sia $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $g(x) = (x-1)^2$ e sia r la retta tangente al grafico di g nel punto $(0,1)$. Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico di g , dalla retta di equazione $x=3$ e dalla retta r .

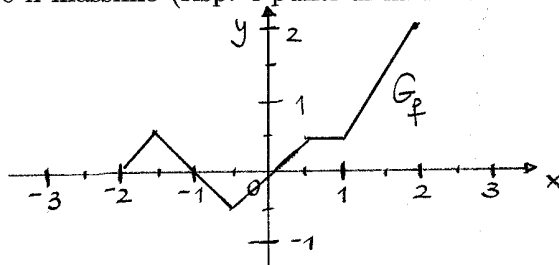
3) Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura. Sia $F : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione integrale definita da $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$.

i) Determinate il segno di F e rappresentatelo sulla retta reale.

ii) Determinate il segno di F' e gli intervalli di monotonia di F .

iii) Determinate i punti di minimo locale e i punti di massimo locale di F .

iv) Determinate il minimo e il massimo (risp. i punti di minimo e di massimo) di F su $[-2, 2]$.



4) Scrivete per ciascun caso l'espressione di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che

a) $f(3) = 1$, f derivabile in \mathbb{R} e $f'(x) < 0$ su \mathbb{R} .

b) $f(0) \cdot f(3) < 0$ e $\int_0^3 f(x) dx < 0$.

c) f derivabile due volte in \mathbb{R} , $f'(1) = 0$ e $f''(x) < 0$ su \mathbb{R} .

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, asintoti, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2 \cdot 2^x}{2^x + 1}$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

ii) Calcolate l'area della regione piana delimitata dal grafico f e dalle rette di equazioni $y = -x + 1$ e $x = 2$.

iii) Determinate, se esistono, le equazioni di tutte le rette orizzontali che non intersecano mai il grafico di f .

6) Quanti sono i numeri di 6 cifre che si possono formare con 3, 3, 4, 4, 5, 8?