

COGNOME _____

NOME _____

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

A

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE

CdL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 5 LUGLIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Scrivete in matematica la seguente proposizione: "Se non pioverà nei prossimi giorni, il verde pubblico subirà gravi danni." Scrivete poi la sua negazione in italiano corrente.
- ii) Sia \mathcal{A} una proposizione. Provate che le seguenti proposizioni
- a) $\mathcal{A} \rightarrow (\text{non} \mathcal{A})$
- b) $\text{non}[\mathcal{A} \rightarrow (\text{non} \mathcal{A})]$
- sono tautologie.

- 2) Siano dati gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3x \leq 2, |y^2 - 1| \leq 3\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x| - \frac{1}{2}\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 4(y - 1)^2 > 1\}.$$

- i) Rappresentateli graficamente nel piano cartesiano.
- ii) Determinate (graficamente) gli insiemi $A \cap B \cap C$ e $A \setminus B$.
- iii) Determinate le equazioni delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme A .
Determinare le equazioni delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme B .

3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -e^{x+1} + 1 & \text{se } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{2}{3} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate gli eventuali asintoti di f .
 - iii) Calcolate $\sum_{k=0}^4 f(-2+k)$.
 - iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto 2f(x)$ e $x \mapsto |f(x-1)|$.
 - v) Determinate $(f \circ f)(0)$.
-

4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 - 4)^2$.

- i) Studiate brevemente la funzione e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate l'immagine di f .
 - iii) Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o di massimo) di f su \mathbb{R} .
 - iv) Determinate il più grande intervallo non limitato superiormente sul quale f risulta iniettiva.
 - v) Calcolate $\int_3^5 \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ e $\int_0^1 f(x) dx$. Cosa rappresenta geometricamente quest'ultimo integrale?
-

5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log_2\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 1)$. Rappresentate la retta tangente nello stesso sistema di riferimento della f .
-

6) Il curatore di una mostra deve disporre in una sala circolare 4 quadri del pittore A e 3 quadri del pittore B. In quanti modi diversi può sistemare la sala nella condizione che i quadri del pittore A stiano tutti vicini tra loro così come anche quelli del pittore B?

COGNOME _____ NOME _____ MATRICOLA <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table>							<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">NON SCRIVERE QUI</div> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px;"> <tr> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> <td style="width: 15px; height: 15px;"></td> </tr> </table> <div style="float: right; text-align: center; margin-top: 10px;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 100px; height: 60px; vertical-align: top; font-size: 2em; font-weight: bold;">B</td> </tr> </table> </div>							B
B														

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA
 CdL IN INTERFACCE E TECNOLOGIE DELLA COMUNICAZIONE
 CdL IN FILOSOFIA

ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA (CON ELEMENTI DI ALGEBRA)

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 5 LUGLIO 2011

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Scrivete cognome e nome (in stampatello) su ogni foglio a quadretti. Il tempo massimo per svolgere la prova è di **TRE ORE**.

Non potete uscire se non dopo avere consegnato il compito, al termine della prova.

È obbligatorio consegnare sia il testo, sia tutti i fogli ricevuti; al momento della consegna, inserite tutti gli altri fogli, compreso quello con il testo, dentro uno dei fogli a quadretti.

Potete usare solo il vostro materiale di scrittura e il vostro materiale di studio. Non usate il colore rosso.

1) Siano dati gli insiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 3x \leq 2, |y^2 - 1| \leq 3\}, \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq -|x| + \frac{1}{2}\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 4(y + 1)^2 > 1\}.$$

- i) Rappresentateli graficamente nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate (graficamente) gli insiemi $A \cap B \cap C$ e $B \setminus C$.
 - iii) Determinate le equazioni delle rette verticali che non intersecano mai l'insieme A .
 Determinate le equazioni delle rette orizzontali che non intersecano mai l'insieme B .
-

2) i) Scrivete in matematica la seguente proposizione: "Se pioverà nei prossimi giorni, il verde pubblico non subirà gravi danni." Scrivete poi la sua negazione in italiano corrente.

ii) Sia \mathcal{A} una proposizione. Provate che le seguenti proposizioni

- a) $\text{non}[\mathcal{A} \rightarrow (\text{non}\mathcal{A})]$
- b) $\mathcal{A} \rightarrow (\text{non}\mathcal{A})$

sono tautologie.

- 3) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = (x^2 - 2)^2$.
- i) Studiate brevemente la funzione e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate l'immagine di f .
 - iii) Determinate, se esistono, il minimo e/o il massimo (risp. i punti di minimo e/o di massimo) di f su \mathbb{R} .
 - iv) Determinate il più grande intervallo non limitato inferiormente sul quale f risulta iniettiva.
 - v) Calcolate $\int_{-1}^0 \frac{f'(x)}{f(x)} dx$ e $\int_0^1 f(x) dx$. Cosa rappresenta geometricamente quest'ultimo integrale?
-

- 4) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2^{x+1} + 1 & \text{se } x < -1 \\ -x^2 + 1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ -\frac{x}{3} - \frac{2}{3} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

- i) Rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.
 - ii) Determinate gli eventuali asintoti di f .
 - iii) Calcolate $\sum_{k=0}^4 f(-2 + k)$.
 - iv) Rappresentate graficamente le funzioni $x \mapsto 2f(x)$ e $x \mapsto |f(x-1)|$.
 - v) Determinate $(f \circ f)(0)$.
-

- 5) i) Studiate (insieme di definizione, segno, comportamento agli estremi dell'insieme di definizione, continuità, derivabilità, punti critici e monotonia, convessità/concavità) la funzione definita da

$$f(x) = \log_3\left(\frac{x+2}{x}\right)$$

e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano.

- ii) Determinate l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 1)$. Rappresentate la retta tangente nello stesso sistema di riferimento della f .
-

- 6) Il curatore di una mostra deve disporre in una sala circolare 6 quadri del pittore A e 5 quadri del pittore B. In quanti modi diversi può sistemare la sala nella condizione che i quadri del pittore A stiano tutti vicini tra loro così come anche quelli del pittore B?
-