

COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 22 NOVEMBRE - 26 NOVEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 3); & \lim_{x \rightarrow 4^+} (2\sqrt{x} + \log_{\frac{1}{4}} x); & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x}; & \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^3 - 1}; \\
 \text{b)} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^3 - 1}; & \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x^4 - 1}; & \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x^4 - 1}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + x^2}{x}; \\
 \text{c)} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - 3^{x+1}}{x}; & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^4}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 1}{2 - 4x^2}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^3}{2x^3}; \\
 \text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{-3} + 3}{2^{-x} + 2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{1 - 3^x}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^4}{2x^3}; & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 4x^2}{3x^3}.
 \end{array}$$

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{(x+1)^2} & \text{se } x < -1 \\ 3 & \text{se } x = -1 \\ -\log_{\frac{1}{2}}(x+3) & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

i) Calcolate

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

ii) Rappresentate graficamente nel piano cartesiano la funzione f .

iii) Studiate la continuità della funzione f .

iv) Determinate gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali di f .

3) Calcolate, se esistono, i seguenti limiti:

$$\begin{array}{llll}
 \text{i)} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2^{|x|}}{|x|}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x + x^2}{x^2 + e^x}; & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - 1}{x}; & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{2x} - 1}{x}; \\
 \text{ii)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - |x|}{\log_3 x + 3 \cdot 2^x}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + x^7)}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2)}{2x^2}; & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{5^x + x^5}.
 \end{array}$$

4) Determinate gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) della seguente funzione

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-3)^2} - 1 & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{4x^2+1}{x-2} & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

5) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

a) $f(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(4, 2)$;

b) $g(x) = \frac{1}{x}$ nel punto $(-1, -1)$;

c) $h(x) = \log x$ nel punto $(e, 1)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f , g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

6) Deducete dal grafico di f (vedi figura sotto)

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;

ii) i punti di discontinuità della f ;

iii) il segno della funzione f e rappresentatelo sulla retta reale;

iv) gli eventuali asintoti di f ;

v) il segno della derivata f' dove esiste, e rappresentatelo sulla retta reale.

