

COGNOME _____
 NOME _____
 MATRICOLA | | | | | | | |

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE

CdL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 29 NOVEMBRE - 3 DICEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

1) Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico delle funzioni

- i) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ nel punto $(0, 1)$;
- ii) $g(x) = \sqrt{x}$ nel punto $(4, 2)$;
- iii) $h(x) = |x^2 + 2x|$ nel punto $(-3, 3)$.

Rappresentate graficamente nel piano cartesiano le funzioni f , g ed h e le rette tangenti (nello stesso sistema riferimento) determinate precedentemente.

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \leq 0 \\ 2x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{x} + 1 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

- i) Verificate che f è continua in $x = 0$ e in $x = 1$.
- ii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x_0 = 0$.
- iii) Calcolate $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ e $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$. Dite se f è derivabile in $x_1 = 1$.
- iv) Determinate il segno della derivata f' (dove esiste) e rappresentatela sulla retta reale.

3) i) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

- a) $3x^4 - x^{-3}$; $\frac{x+x^2}{x^3}$; $\frac{x^{-2}}{4-x^2}$; $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}-1}$;
- b) $(e^{-x} + x^2) \log_3 x$; $(x^{-\frac{1}{3}} + 4^x)(\log x - x)$.
- ii) Calcolate, dove esiste, la derivata (prima) delle seguenti funzioni:

$$(3x + e^{2x})^{-1}; \quad 2^{x^2+1}; \quad \log(4x + 3x^2).$$

4) Sia $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura.

i) Calcolate $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

ii) Determinate i punti di massimo e/o i punti di minimo locali di f su \mathbb{R} .

iii) Determinate i punti del grafico di f in cui la retta tangente al grafico risulta essere orizzontale.

5) Delle seguenti funzioni

$$4x^2 - 2x^4; \quad \frac{x^2}{4+x}; \quad \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 2}; \quad (1 - x^2)^3; \quad \log\left(\frac{x}{x-1}\right); \quad \frac{x^2}{e^x}$$

i) determinate l'insieme di definizione;

ii) determinate il segno;

iii) studiate il comportamento agli estremi del dominio (determinate eventuali asintoti);

iv) studiate la continuità;

v) calcolate la derivata, dove esiste, e trovate eventuali punti critici; studiate la natura dei punti critici (usando il segno della derivata);

vi) studiate (eventualmente) la convessità o concavità;

vii) tracciate un grafico qualitativo.

