

COGNOME _____
NOME _____
MATRICOLA

NON SCRIVERE QUI

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--	--	--	--	--

UNIVERSITÀ DI TRENTO — FACOLTÀ DI SCIENZE COGNITIVE
CDL IN SCIENZE E TECNICHE DI PSICOLOGIA COGNITIVA

VERIFICA SETTIMANALE DI ANALISI MATEMATICA

A.A. 2010-2011 — ROVERETO, 13 DICEMBRE - 15 DICEMBRE 2010

Riempite questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola. Svolgete gli esercizi prima in brutta, poi copiateli ordinatamente su un foglio di protocollo (su cui avete scritto in stampatello cognome, nome e numero di matricola) e riconsegnate questo foglio insieme all'elaborato alla prima lezione di settimana prossima. Non usate il colore rosso.

- 1) i) Studiate la funzione (insieme di definizione; segno; comportamento agli estremi del dominio; continuità; derivabilità; punti critici e monotonia; convessità/concavità) definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$$

e tracciate un grafico qualitativo di f .

- ii) Determinate l'equazione della retta r tangente al grafico di f nel punto $(0, 1)$.
iii) Provate che $F(x) = -e^{-x}(x^2 + 2x + 3)$ è una funzione primitiva di f .
iv) Determinate l'area della regione piana delimitata dal grafico di f , dalla retta r e dalla retta di equazione $x = 2$.

- 2) Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione rappresentata in figura (vedi sotto).

- i) Sia $F(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ la funzione integrale di f . Determinate gli eventuali intervalli di monotonia di F .
ii) Rappresentate il segno della derivata, dove esiste, di f .
iii) Disegnate un grafico qualitativo della funzione F dopo aver individuato gli intervalli di convessità/concavità della funzione F .
iv) F è pari? F è dispari?
v) Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq f(x)\}$ e sia $\text{area}(E) = 1$. Determinate $F(2)$.

- 3) Calcolate i seguenti integrali definiti:

i) $\int_{-1}^0 (-3x + 1)^4 dx$; $\int_0^1 [(e^x + 2)^4 e^x + \frac{1}{x-2}] dx$; $\int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx$;

$$\text{ii) } \int_1^2 \frac{x^3 + 2}{x} dx; \quad \int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx; \quad \int_{-2}^2 |4 - x^2| dx.$$

4) Determinate l'area della regione piana E (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = -(x+1)^3$, dalla retta di equazione $y = x+1$ e dalla retta $x = -2$;
- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x^4 - x^2$ e l'asse x ;
- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = 2^x - 1$ e le rette $y = 2x$ e $x = 2$;
- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ e la retta $y = -x$;
- delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = x^2 - x^4$ e $g(x) = |x| - 1$.
- delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = \frac{1}{x}$ e dalle rette $x = 2$ e $y = 3$.

5) Determinate l'area della regione piana E (e rappresentatela graficamente nel piano cartesiano) specificata negli esercizi seguenti:

- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = x^2 + 2x$ e dalla retta $y = 3$;
- delimitata dal grafico della funzione $f(x) = |x^2 + 2x|$ e dalla retta $y = 3$.

